

עבודת קיץ

עולים לכיתה יא

4 יח"ל

תלמידים יקרים,

כדי לשמור על הרצף הלימודי ולהגיע מוכנים לשנה הבאה, הינכם מתבקשים להכין במהלך חופשת הקיץ עבודה במתמטיקה. העבודה נועדה לחזור על נושאים חשובים מהשנה שחלפה ולהכין אתכם לקראת החומר של שנת הלימודים הבאה.

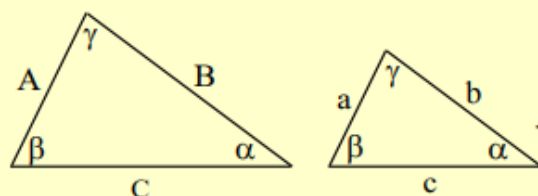
- הפתרונות ייכתבו בצורה מסודרת וברורה, כולל כל השלבים
- העבודה תוגש בכתב יד ברור ומסודר
- יש להגיש את העבודה בתחילת שנת הלימודים

בהצלחה!

מאחלים לכם חופשת קיץ נעימה ופורה,
צוות המתמטיקה



דמיון משולשים



1. שני משולשים נקראים **משולשים דומים**

כאשר שלוש הזוויות שלהם שוות **בהתאמה**

וקיים יחס שווה בין שלושת זוגות הצלעות המתאימות.

במשולשים דומים, היחסים בין זוגות הצלעות המתאימות שווים זה לזה כך ש: $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c}$

בכתיבת דמיון המשולשים נקפיד להציג את אותיות

הקודקודים בכל משולש לפי סדר הזוויות המתאימות.

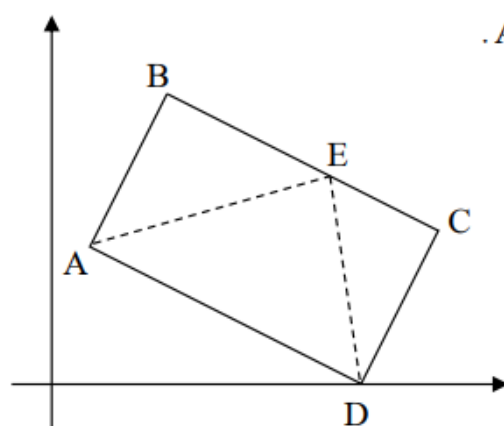
לדוגמה, נוכל לכתוב את הדמיון של שני המשולשים

משמאל במספר דרכים נכונות. נציג שלוש מהן:

$$\triangle EDF \sim \triangle BAC, \triangle ACB \sim \triangle DFE, \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

משפט דמיון ז.ז.: אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש השני, אז המשולשים דומים.

גיאומטריה משולבת



3. במקבילית ABCD נתונים הקודקודים $A(1,4)$, $B(3,8)$, $D(9,0)$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

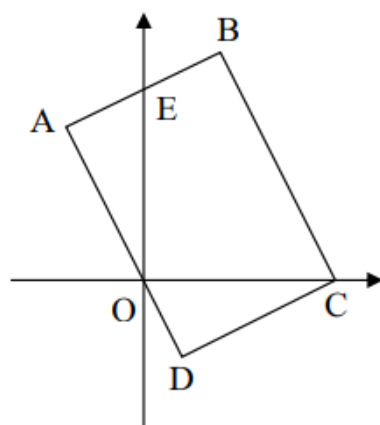
ב. הוכיחו: המקבילית ABCD היא מלבן.

ג. חשבו את שטח המלבן ABCD.

ד. הנקודה E נמצאת על הצלע BC.

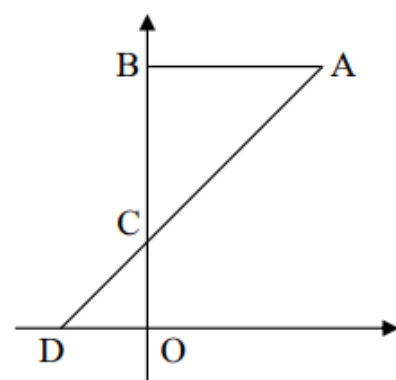
האם ניתן לחשב את שטח המשולש ADE מבלי

לדעת את שיעורי הנקודה E? הסבירו את תשובתכם.

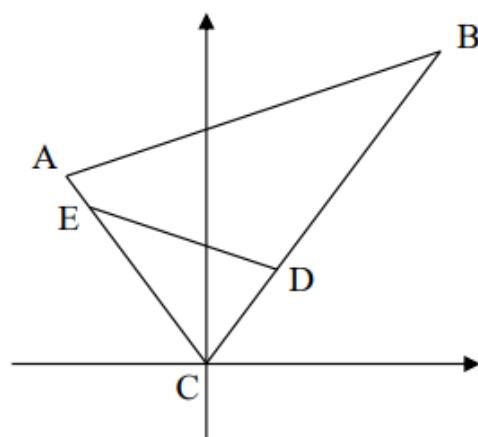


4. במלבן ABCD הצלע AD עוברת דרך ראשית הצירים O.
 הצלע AB מונחת על הישר $y = 0.5x + 5$, וחותכת את ציר ה-y בנקודה E.
 הקודקוד C נמצא על ציר ה-x.
 א. מצאו את שיעורי הנקודה E.
 ב. הוכיחו: $\angle AEO = \angle DOC$.
 ג. נתון: $C(5,0)$. הוכיחו: $\triangle AEO \cong \triangle DOC$.
 ד. מצאו את:

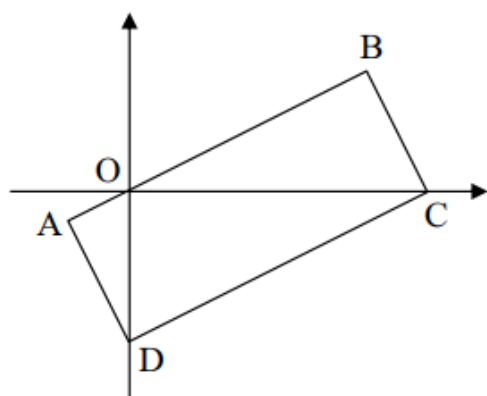
1. משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AD.
2. שיעורי הקודקוד A.
3. שטח המשולש $\triangle AEO$.
- ה. שטח המרובע BCOE הוא 20 יח"ר. חשבו את שטח המלבן ABCD.



6. הנקודות B, C ו-D נמצאות על הצירים כמתואר בשרטוט.
 הנקודה O היא ראשית הצירים. נתון: $B(0,6)$, $A(4,6)$.
 א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle DOC$.
 ב. נתון: $\frac{AC}{CD} = 2$. חשבו את היחס: $\frac{AB}{DO}$.
 ג. מצאו את שיעורי הנקודה D.
 ד. העבירו את הקטע AO. חשבו את שטח המשולש $\triangle ACO$.



7. במשולש $\triangle ABC$ הנקודה C נמצאת בראשית הצירים.
 הנקודות D ו-E נמצאות בהתאמה על הצלעות BC ו-AC.
 נתון: $E(-3,4)$.
 א. חשבו את אורך הקטע CE.
 ב. נתון: $AE = 1$, $CD = 3$, $BC = 10$.
 1. הוכיחו: $\triangle CDE \sim \triangle CAB$.
 2. נתון: $DE = 6$.
 חשבו את אורך הצלע AB.



9. במלבן ABCD הקודקודים C ו-D נמצאים על הצירים כמתואר בשרטוט. הצלע AB עוברת בראשית הצירים.

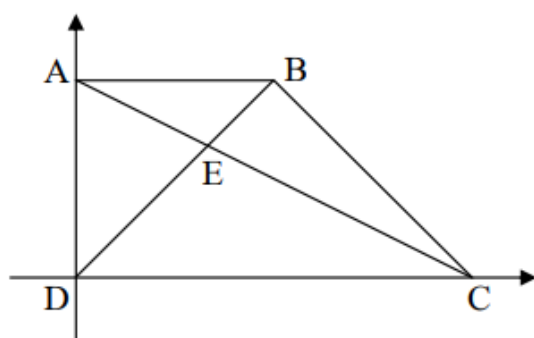
א. הוכיחו: $\triangle ADO \sim \triangle BOC$.

ב. איזו מצלעות המשולש $\triangle ADO$ מתאימה לצלע CO במשולש $\triangle BOC$? הסבירו.

ג. הצלע CD מונחת על הישר $y = 0.5x - 5$.

1. מצאו את שיעורי הקודקודים C ו-D.

2. מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים $\triangle ADO$ ו- $\triangle BOC$.



10. במרובע ABCD הקודקודים A ו-C נמצאים על הצירים. הקודקוד D נמצא בראשית הצירים.

אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה E.

נתון: $A(0,6)$, $B(6,6)$.

א. הראו ש: $AB \parallel CD$.

ב. הוכיחו: $\triangle ABE \sim \triangle CDE$.

ג. נתון: $DE = 2BE$.

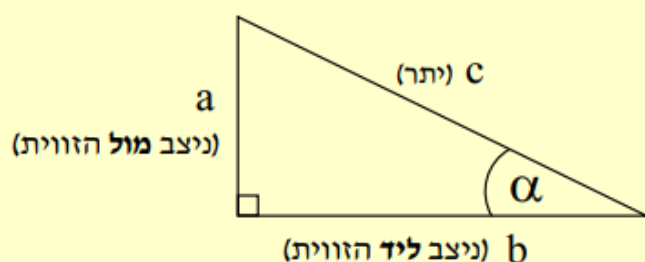
1. חשבו את אורך הבסיס CD.

2. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

3. מצאו את משוואת הישר שעליו מונחת השוק BC.

טריגונומטריה

הפונקציות הטריגונומטריות מאפשרות לנו למצוא יחס בין אורכי צלעות המשולש לבין גודל זוויותיו. במשולש ישר זווית נשתמש ביחסים הבאים:



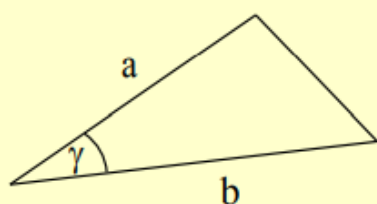
$$\sin \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{a}{c} \quad (\text{סינוס})$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{b}{c} \quad (\text{קוסינוס})$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{הניצב שליד הזווית}} = \frac{a}{b} \quad (\text{טנגנס})$$

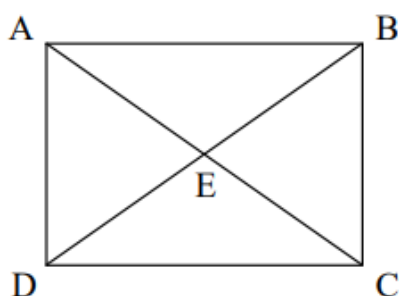
חשוב!

1. פונקציות טריגונומטריות אלו מוצגות במשולשים ישרי זווית אך נוכל להרחיב את השימוש בהן גם למצולעים אחרים שאותם נפרק למשולשים ישרי זווית.
2. לרוב נקבל במשולש ישר הזווית שני נתונים - שתי צלעות או זווית וצלע - וכדי לחשב אורכים וזוויות נוספות במשולש, ניעזר באחת מהפונקציות הטריגונומטריות המופיעות למעלה.
3. נשתמש במשפט פיתגורס כאשר הדבר מתאפשר.



שטחו של כל משולש ניתן לחישוב כמחצית מכפלת שתי צלעות

$$S = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2} \quad \text{סמוכות בסינוס הזווית שביניהן לפי הנוסחה:}$$



1. במלבן ABCD האלכסונים נחתכים בנקודה E.

נתון: $BD = 12$ ס"מ, $\angle ABD = 35^\circ$.

חשבו את:

- א. אורך הצלע AB.
- ב. אורך הצלע AD.

6. הצלע AB היא היתר במשולש ישר הזווית $\triangle ACB$.

הנקודה E נמצאת על הניצב AC. שטח המשולש $\triangle ABE$ הוא 27 סמ"ר.

נתון: $\angle AEB = 130^\circ$, $AE = 7$ ס"מ.

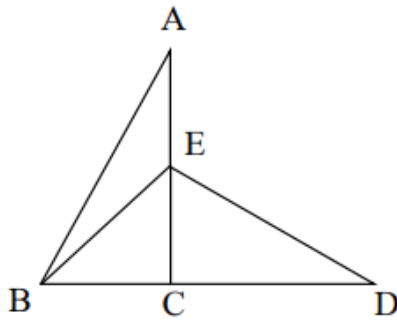
א. מצאו את גודל הזווית $\angle BEC$.

ב. חשבו את אורך הצלע BE.

ג. חשבו את אורך היתר AB.

ד. הנקודה D נמצאת על המשך הניצב BC. נתון: $\angle BED = 115^\circ$.

1. מצאו את גודל הזווית $\angle CED$. 2. חשבו את אורך הקטע CD.



7. במשולש $\triangle ABC$ שווה השוקיים ($AB = AC$) הגבהים AD ו-BE נחתכים בנקודה F.

נתון: $\angle ABE = 46^\circ$. נסמן: $AE = a$.

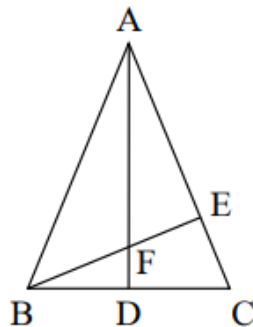
א. הביעו באמצעות a את:

1. אורך השוק AB. 2. שטח המשולש $\triangle ABE$.

ב. חשבו את גודל הזווית $\angle BAD$.

ג. הביעו באמצעות a את:

1. אורך הקטע BD. 2. אורך הקטע AF.



21. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).

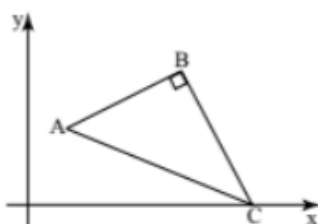
נתון: $A(4;8)$, $B(16;14)$, והקדקוד C נמצא על ציר ה-x.

א. מצאו את משוואת הניצב BC

ואת שיעורי הקדקוד C.

ב. מהם אורכי הצלעות BC ו-AC?

ג. חשבו את זוויתיו החדות של המשולש ABC.



22. לפניכם מעוין ABCD.

אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M.

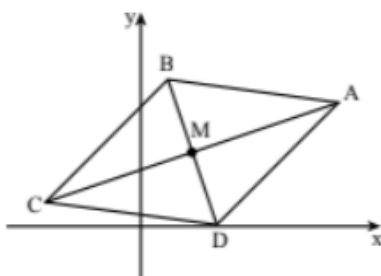
נתון: $A(8;5)$, $C(-4;1)$.

א. מצאו את משוואת האלכסון BD.

ב. נתון שהנקודה D נמצאת על ציר ה-x.

מצא את שיעורי הנקודות D ו-B.

ג. חשבו את זוויתיו של המעוין.



פונקציית פולינום

דוגמה: נגזרת הפולינום: $f(x) = x^6 - 3x^4 + x^2 - 3x + 6$ היא: $f'(x) = 6x^5 - 12x^3 + 2x - 3$.

ערך הנגזרת בנקודה שבה $x = 1$ הוא: $f'(1) = 6 \cdot 1^5 - 12 \cdot 1^3 + 2 \cdot 1 - 3 = -7$.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה. 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

3. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן. 4. תחומי העלייה והירידה.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 - 12x^3 + 36x^2$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים. 2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

3. תחומי העלייה והירידה.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. היעזרו בסקיצה של הפונקציה ועבור כל אחת מהטענות הבאות, קבעו אם היא נכונה או שגויה:

i. הישר $y = 2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בארבע נקודות.

ii. הישר $y = 81$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות.

6. גרף הפונקציה $f(x) = 2x^5 + mx^4 + 3$ עובר בנקודה $(1,0)$.

א. מצאו את m .

ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן. 2. תחומי העלייה והירידה.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו עבור אילו ערכי k יהיו למשוואה: $f(x) = k$ שלושה פתרונות. נמקו.

ה. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) + c$.

נתון שנקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על ציר ה- x . מצאו את c .

שאלה 1

16. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2-4}{2x-1}$

א. חקרו את הפונקציה הבאה לפי הסעיפים הבאים:

- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ (המקבילות לצירים) אם יש כאלה.
- (3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

שאלה 2

10. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2}{x^2-x}$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$
- (2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים
- (3) מצאו את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

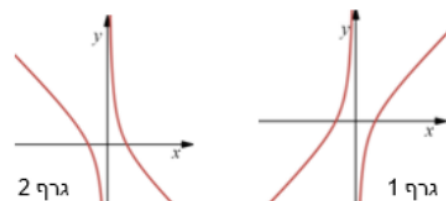
נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 3$ המכיימת $g(x) = f(x) + 3$ הסתמכו על סעיף א' וענו על הסעיפים הבאים:

- ב. (1) מהן האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- (2) מה הם השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה)
- (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

שאלה 3

59. נתונה הפונקציה $f(x) = x - \frac{1}{x}$

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. הראו שלפונקציה אין נקודות קיצון.
- ג. מה הם תחומי עלייה וירידה של הפונקציה
- ד. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x
- ה. לפניך שני גרפים, איזה מבין הגרפים מתאר את גרף הפונקציה הנתונה? נמק.



שאלה 4

$$y = 2x(3x^2 - 7)$$

$$y = (x - 4)(3x - 2)$$

$$y = (-x^2 - x - 1)(3 - x^2)$$

$$y = (3x + 2)(5x - 1)$$

- א. תחום הגדרה
- ב. מצא נקודות חיתוך עם הצירים
- ג. מצא נקודות קודקוד , מה סוגן?
- ד. תחומי עליה וירידה
- ה. שרטוט הפונקציה

סטטיסטיקה

טבלת שכיחויות

1. בטבלת השכיחויות שלפניכם מוצג מספר הנפשות המתגוררות בדירות בבניין.

1	2	3	4	5	x - מספר הנפשות בדירה
5	10	12	18	15	f - מספר הדירות

- א. מהו המשתנה המופיע בטבלה?
 ב. האם זהו משתנה איכותי, כמותי בדיד או כמותי רציף?
 ג. בכמה דירות מתגוררות 3 נפשות?
 ד. בכמה דירות מתגוררות 2 נפשות?
 ה. חשבו כמה דירות יש בבניין.

2. במשרד עובדות 20 עורכות דין. 3 מהן עובדות 6 ימים בשבוע; 4 מהן עובדות 5 ימים בשבוע; 6 מהן עובדות 3 ימים בשבוע. יתר עורכות הדין עובדות רק יומיים בשבוע.

א. כמה עורכות דין עובדות רק יומיים בשבוע?

ב. מלאו את הטבלה:

				x - מספר ימי העבודה של עורכת הדין
				f - מספר עורכות הדין

3. בטבלת השכיחויות שלפניכם מוצג מספר התלמידים שקיבלו במבחן ציון כלשהו.

80	85	90	95	100	x - הציון שהתלמיד קיבל
3	6	15	10	6	f - מספר התלמידים (שכיחות)
					השכיחות היחסית של כל ציון

- א. מהו המשתנה המופיע בטבלה?
 ב. האם זהו משתנה איכותי, כמותי בדיד או כמותי רציף?

ג. כמה תלמידים לומדים בכיתה?

ד. השלימו את השורה התחתונה בטבלה בעזרת שברים.

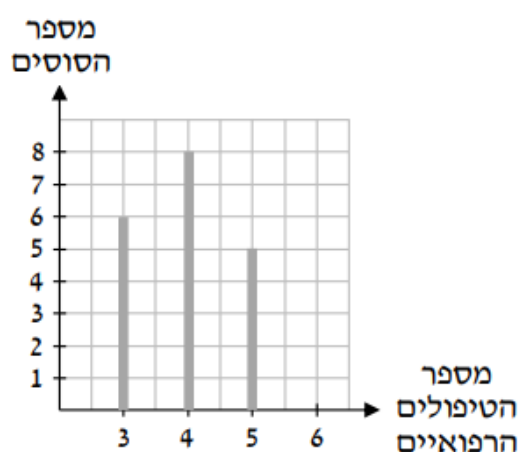
4. ועד הבית בדק כמה חדרים יש בכל דירה בבניין וסיכם את התוצאות בטבלה.

2	3	4	5	6	x - מספר החדרים בדירה
5	8	10	15		f - מספר הדירות

נתון שהשכיחות היחסית של הדירות בעלות 6 חדרים היא 5%.

- א. חשבו כמה דירות בבניין.
 ב. מהי השכיחות היחסית של הדירות בעלות 3 חדרים?
 ג. מהי השכיחות היחסית של הדירות בעלות 4 חדרים?
 ד. יוסי טען שברוב הדירות בבניין יש פחות מ-5 חדרים. האם יוסי צודק? הסבירו.

דיאגרמות

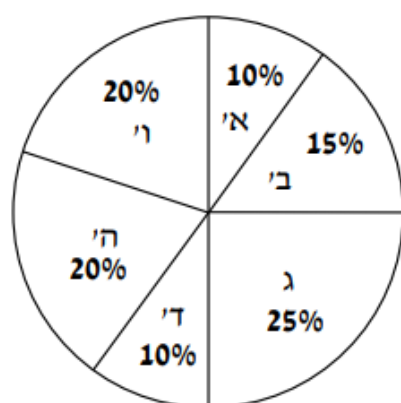
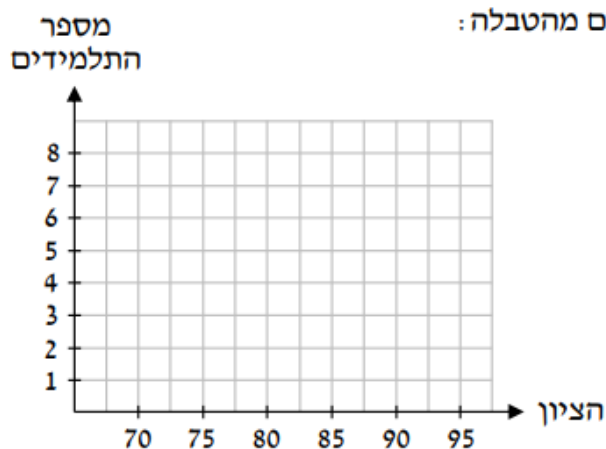


5. בחווה מתגוררים 24 סוסים.
- בעל החווה בדק כמה פעמים נזקק כל סוס לטיפול רפואי.
- התוצאות הוצגו בדיאגרמת העמודות שלפניכם.
- החקלאי שכח להציג עמודה עבור סוסים שעברו 6 טיפולים.
- א. מהו המשתנה המופיע בדיאגרמה?
- ב. האם זהו משתנה איכותי, כמותי בדיד או כמותי רציף?
- ג. כמה סוסים עברו 6 טיפולים רפואיים?
- ד. מהי השכיחות של הסוסים שעברו 5 טיפולים?
- ה. חשבו את השכיחות היחסית של הסוסים שעברו:
1. שלושה טיפולים. 2. ארבעה טיפולים.

6. לפניכם התפלגות הציונים בכיתה ח'1.

70	75	80	85	90	95	x - הציון
4	5	2	3	7	6	f - מספר התלמידים

השלימו את דיאגרמת העמודות הריקה בעזרת הנתונים מהטבלה:



7. הדיאגרמה שלפניכם מציגה את התפלגות התלמידים בכיתות א'-ו' בבית ספר יסודי.
- א. באיזו שכבה מספר התלמידים הוא הגבוה ביותר?
- ב. באילו שכבות מספר התלמידים הוא הנמוך ביותר?
- ג. מהי השכיחות היחסית של תלמידי כיתה ב'?
- ד. האם ניתן לקבוע שבכיתה ו' לומדים 20 תלמידים?

8. תלמידי השכבה נשאלו: "מהו הבילוי האהוב עליכם?".

בדיאגרמה שלפניכם מוצגת התפלגות התשובות.

א. מהו המשתנה המופיע בדיאגרמה?

ב. מהו סוג המשתנה?

ג. מצאו את x .

ד. אופק טען: "מהדיאגרמה ניתן להסיק שמספר

התלמידים שבחרו בקולנוע שווה למספר התלמידים

שבחרו מחשב". האם אופק צודק? הסבירו.

ה. ידוע ש-300 תלמידים ענו על השאלה. חשבו כמה תלמידים:

1. בחרו בקריאה. 2. בחרו בבריכה.



9. בדיאגרמת העיגול שלפניכם מתוארת התפלגות התלונות

שהגיעו להנהלת המפעל מהעובדים בקומות א'-ה'.

א. מצאו את x .

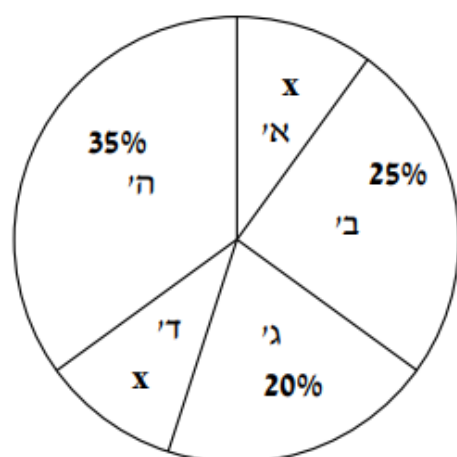
ב. נתון שעובדי קומה ב' הגישו 20 תלונות.

חשבו את:

1. מספר התלונות שהוגשו מכל הקומות יחד.

2. מספר התלונות שהוגשו מקומה ד'.

ג. השלימו את טבלת השכיחות שלפניכם:



א'	ב'	ג'	ד'	ה'	x - הקומה במפעל
					f - מספר התלונות
					השכיחות היחסית (באחוזים)
					F - מספר התלונות המצטבר
					שכיחות יחסית מצטברת

ממוצע

10. חשבו את הממוצע של הציונים הבאים : 79, 93, 84, 96, 96.

11. וטרינרית שקלה את הכלבלבים במרפאה. המשקלים שרשמה היו (בקילוגרמים) : 7, 9, 11, 12, 11, 7.

א. חשבו את המשקל הממוצע של הכלבלבים במרפאה.

ב. האם המשקל הממוצע מתקבל באותן יחידות מידה כמו של המדידות שביצעה הווטרינרית?

12. נתונות קבוצת מספרים א' : 3, 5, x, 7, 14, 3 וקבוצת מספרים ב' : 5, 7, 10, 11, 1, 2x, 6.

ממוצע המספרים בקבוצה א' שווה לממוצע המספרים בקבוצה ב'. מצאו את x.

12	20	30	x - מחיר העט (ש"ח)
5			f - מספר העטים

13. היום נמכרו בחנות 15 עטים משלושה סוגים שונים.

טבלת השכיחות שלפניכם מציגה את המחירים

של שלושת סוגי העטים שנמכרו.

נסמן ב-y את מספר העטים שנמכרו ומחירם 20 ש"ח.

א. הביעו באמצעות y את מספר העטים שנמכרו ומחירם 30 ש"ח.

ב. נתון שהמחיר הממוצע של העטים שנמכרו הוא 20 ש"ח.

1. מצאו את y.

2. חשבו את השכיחות היחסית של העטים שמחירם 20 ש"ח.

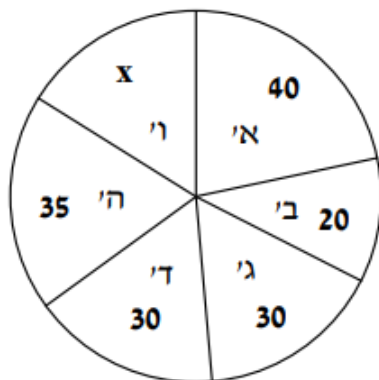
15. תכנית בנושא צרכנות בדקה את המשקל של אבטיחים (בקילוגרמים) בשתי חנויות.

בחנות א' נמדדו המשקלים : 7, 9, 6, 8, 10, 7, 8.

בחנות ב' נמדדו המשקלים : 9, 8, 10, 10, 9, 7, 10, 8.

יוגב מעוניין בחנות שבה האבטיחים שוקלים יותר.

היעזרו בממוצע וקבעו באיזו חנות כדאי ליוגב לבחור.



16. בבחירות לוועד השכונה התמודדו 6 מועמדות.

בדיאגרמת העיגול משמאל מוצגים מספר הקולות שבהם

זכתה כל מועמדת. בבחירות השתתפו 185 מצביעים.

א. מצאו את x.

ב. קבעו איזו מועמדת זכתה בבחירות.

ג. חשבו את מספר הקולות הממוצע שבו זכתה כל מועמדת בבחירות.

ד. האם מספר הקולות הממוצע שחישבת היה משתנה אילו חצי

מהמצביעים של מפלגה ג' היו מצביעים במקום למפלגה ב'? הסבירו.

שכיח

17. לפניכם טבלת שכיחויות:

1	2	3	4	5	x - מספר הנפשות במשפחה
3	2	4	6	4	f - מספר המשפחות

א. מהו המשתנה בטבלה?

ב. מהו סוג המשתנה?

ג. מהו השכיח?



18. דיאגרמת העיגול שלפניכם מתארת את התפלגות חיות

המחמד של ילדי הכיתה.

א. מהו המשתנה בדיאגרמה?

ב. מהו סוג המשתנה?

ג. מצאו את השכיח בהתפלגות.

ד. האם השכיח יושפע אם נסיר מהדיאגרמה את אחד הארנבים? הסבירו.

חציון

20. לפניכם קבוצות מספרים מסודרות לפי סדר עולה. מצאו את החציון בכל קבוצה.

א. 3, 7, 8, 9, 12 ב. 2, 8, 9, 11, 11, 11, 12

ג. 10, 12, 13, 15, 19, 20 ד. 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4

21. לפניכם הציונים של נופר במדעים: 90, 90, 90, 90, 100.

המורה הודיע על שינוי: הציון הסופי במדעים יינתן השנה לפי החציון של הציונים ולא לפי ממוצע הציונים, כפי שהיה נהוג עד כה.

א. האם נופר תשמח או תתאכזב מההודעה? הסבירו.

ב. למחרת ההודעה, נופר קיבלה את הציון 65 במבחן במדעים.

האם תמליצו לנופר לבקש מהמורה לבטל את החלטתו, או לתמוך בשינוי עליו הודיע? הסבירו.

10	15	20	x - מחיר העט (ש"ח)
5		6	f - מספר העטים

22. היום נמכרו בחנות עטים משלושה סוגים שונים.

טבלת השכיחות שלפניכם מציגה את המחירים של שלושת סוגי העטים שנמכרו.

נסמן ב-y את מספר העטים שנמכרו ומחירים 15 ש"ח. מצאו עבור אילו ערכי y:

א. המחיר החציוני של העטים בחנות יהיה 15.

ב. המחיר החציוני של העטים בחנות יהיה גבוה מ-15.