

חוברת קיץ לעולים לכיתה י'

תלמידי 4 יח"ל

הקדמה:

תלמידים יקרים!

לפניכם עבודת קיץ במתמטיקה המיועדת לתלמידי כיתה ט' העולים לכיתה י' ברמת 4 יחידות.

העבודה מורכבת משאלות נבחרות מתוך האתר bagrut.gool.co.il.

לכל תרגיל קיים פתרון מלא בסרטון אשר תוכלו לצפות בו על מנת להעשיר את הבנתכם. יש לפתור את התרגילים בעצמכם, ורק אם נתקעתם, לגשת לסרטון. על מנת לגשת לסרטון תוכלו לסרוק את קוד ה-QR בצידו, או ללחוץ על הקוד במידה ובידיכם עותק דיגיטלי של העבודה.

העבודה מכילה תרגילים מנושאים שנלמדו בכיתה ט', המהווים בסיס לנושאים שיילמדו בכיתה י':

א. טכניקה אלגברית

ב. פונקציות

ג. גיאומטריה

בתחילת שנת הלימודים הבאה תיערך בחינה על עבודת הקיץ.

חופשה נעימה ☺

טכניקה אלגברית:

שברים אלגבריים:

(1) צמצמו את השברים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף וכתבו את תחום הגדרתם:

ב. $\frac{x^2 - 5x}{15 - 3x}$

א. $\frac{2a - 12}{a^2 - 6a}$

ג. $\frac{3y}{y^3 - 3y^2}$



*שתי השאלות הבאות הינן שאלות רשות:

(2) צמצמו את השברים הבאים ע"י פירוק לגורמים וכתבו את תחום הגדרתם:

ב. $\frac{8n - n^2}{n^2 - 16n + 64}$

א. $\frac{x^2 + 10x + 25}{2x + 10}$



(3) צמצמו את השברים הבאים ע"י טרינום ריבועי וכתבו את תחום הגדרתם:

ב. $\frac{m^2 - 12m + 32}{m - 4}$

א. $\frac{x + 2}{x^2 - 3x - 10}$



(4) פשטו את הביטויים הבאים:

ב. $7y \cdot \frac{5}{y^2}$

א. $\frac{x}{3} \cdot \frac{x}{8}$

ד. $\frac{w^2 - 9}{w} \cdot \frac{w^2}{2w + 6}$

ג. $(x^2 + 3x) \cdot \frac{2}{3x + 9}$



משוואות ממעלה שניה ומעלה:

(1) פתרו את המשוואה הבאה תוך שימוש בנוסחת השורשים: $-3x^2 - 11x + 4 = 0$



(2) פתרו את המשוואות הבאות:

ב. $x^2 + 25 = 0$

א. $x^2 - 25 = 0$

ג. $5x^2 - 80 = 0$



פתור את המשוואות הבאות:

(3) $4x^2 = 25x$

(4) $-x(x-5) = (1-3x)(1-x) + 4$



(5) פתרו את המשוואות הבאות:

א. $(1-4x)^2 + 3 - (3x+2)^2 = x$

ב. $(6-4x)^2 - (2x-1)(2x+1) = (3-2x)^2$



פתרו את המשוואות הבאות:

בדקו האם הפתרונות המתקבלים שייכים לתחום ההצבה.

(7) $\frac{2x+1}{3} + \frac{2-3x}{5} = \frac{2}{x-2}$

(6) $x + \frac{1}{x} + 2 = 0$



(9) $\frac{12}{x+5} - \frac{2}{x-5} = 2.5$

(8) $\frac{5}{x} = \frac{3}{4} + \frac{1}{x-1}$



(11) $\frac{3}{2x+2} - \frac{2x-5}{2(x-1)^2} - \frac{4}{1-x^2} = 0$

(10) $\frac{x^2-x}{x-1} = 2x-3$



פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

(13) $\begin{cases} y = x^2 + 3x + 8 \\ y = 2x^2 - 4x + 14 \end{cases}$

(12) $\begin{cases} x + 5y = -3 \\ x^2 = 3y + 7 \end{cases}$





$$x^2 - 2x^3 = 0 \quad (15)$$

$$x^3 + 4x^2 - 21x = 0 \quad (17)$$

פתרו את המשוואות הבאות:

$$4x^3 - x = 0 \quad (14)$$

$$2x^4 - 8x^2 = 0 \quad (16)$$

שאלות מילוליות:



(1) נתון ריבוע בעל צלע x . מקטינים צלע אחת שלו ב-25% ומגדילים צלע אחרת ב-50% כך שמתקבל מלבן ששטחו הוא 162 סמ"ר. מצאו את אורך צלע הריבוע.

(2) היקפו של מלבן הוא 56 ס"מ ואורך האלכסון במלבן הוא 20 ס"מ. מצאו את מידות המלבן.

(3) נתון משולש ישר זווית ושווה שוקיים. אם מגדילים את אחד הניצבים ב-17 ס"מ את היתר יהיה באורך של 25 ס"מ. מצאו את היקפו של המשולש הנתון.

תשובות סופיות:

שברים אלגבריים:

$$(1) \quad \frac{2}{a}, a \neq 0, 6 \quad \text{א.} \quad -\frac{x}{3}, x \neq 5 \quad \text{ב.} \quad \frac{3}{y(y-3)}, y \neq 0, 3 \quad \text{ג.}$$

$$(2) \quad \frac{x+5}{2}, x \neq -5 \quad \text{א.} \quad \frac{n}{8-n}, n \neq 8 \quad \text{ב.}$$

$$(3) \quad \frac{1}{x-5}, x \neq 5, -2 \quad \text{א.} \quad m-8, m \neq 4 \quad \text{ב.}$$

$$(4) \quad \frac{x^2}{24} \quad \text{א.} \quad \frac{35}{y} \quad \text{ב.} \quad \frac{2x}{3} \quad \text{ג.} \quad \frac{w(w-3)}{2} \quad \text{ד.}$$

משוואות ממעלה שניה ומעלה:

$$(1) \quad -4, \frac{1}{3} \quad \text{א.} \quad \pm 5 \quad \text{ב. אין פתרון.} \quad \text{ג.} \quad \pm 4 \quad (2)$$

$$(3) \quad 6.25, 0 \quad (4) \quad 1.25, 1$$

$$(5) \quad 3, 0 \quad \text{א.} \quad 3.5, 1 \quad \text{ב.} \quad -1 \quad (6) \quad -13, 4 \quad (7)$$

$$(8) \quad 5, 1\frac{1}{3} \quad (9) \quad 1, 3 \quad (10) \quad 3 \quad (11) \quad -5, 0$$

$$(12) \quad (2, -1), \left(-2\frac{3}{5}, -\frac{2}{25}\right) \quad (13) \quad (6, 62), (1, 12)$$

$$(14) \quad 0, \pm \frac{1}{2} \quad (15) \quad 0, \frac{1}{2}$$

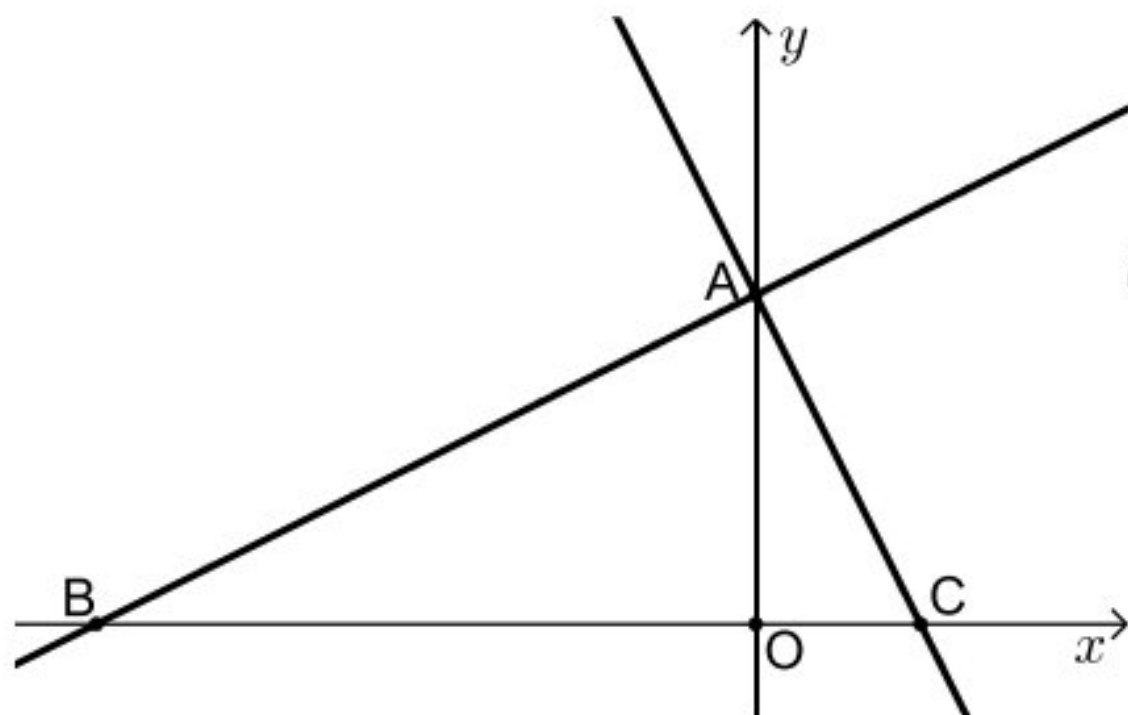
$$(16) \quad 0, \pm 2 \quad (17) \quad 0, 3, -7$$

שאלות מילוליות:

$$(1) \quad 12 \text{ ד"מ.} \quad (2) \quad 12 \text{ ד"מ ו-16 ד"מ.} \quad (3) \quad 23.89 \text{ ד"מ א.} \quad 7(2+\sqrt{2}) \text{ ד"מ.}$$

פונקציות:

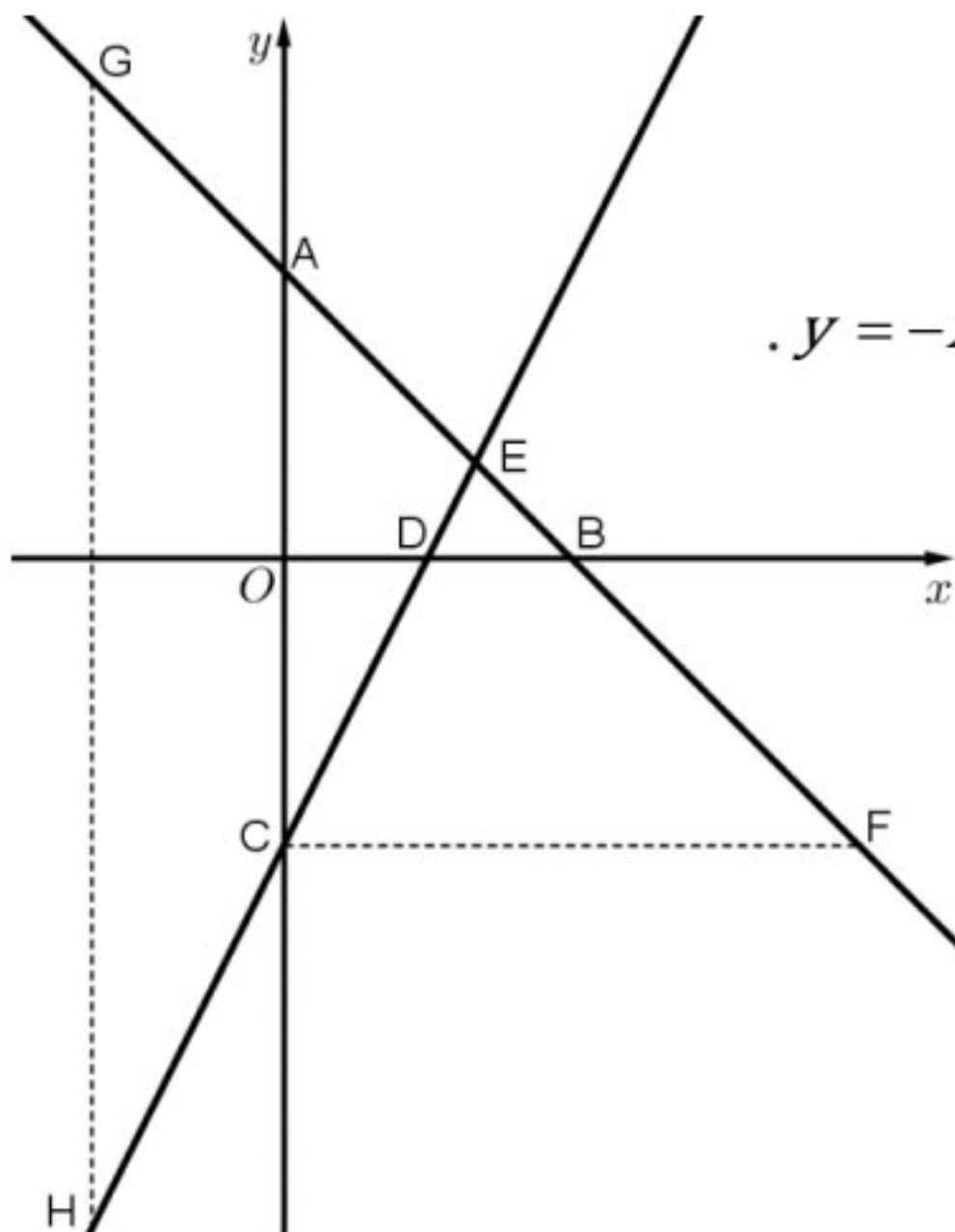
הפונקציה הקווית:



(1) בסרטוט שלפניכם מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = \frac{1}{2}x + 4$ ו- $g(x) = -2x + 4$



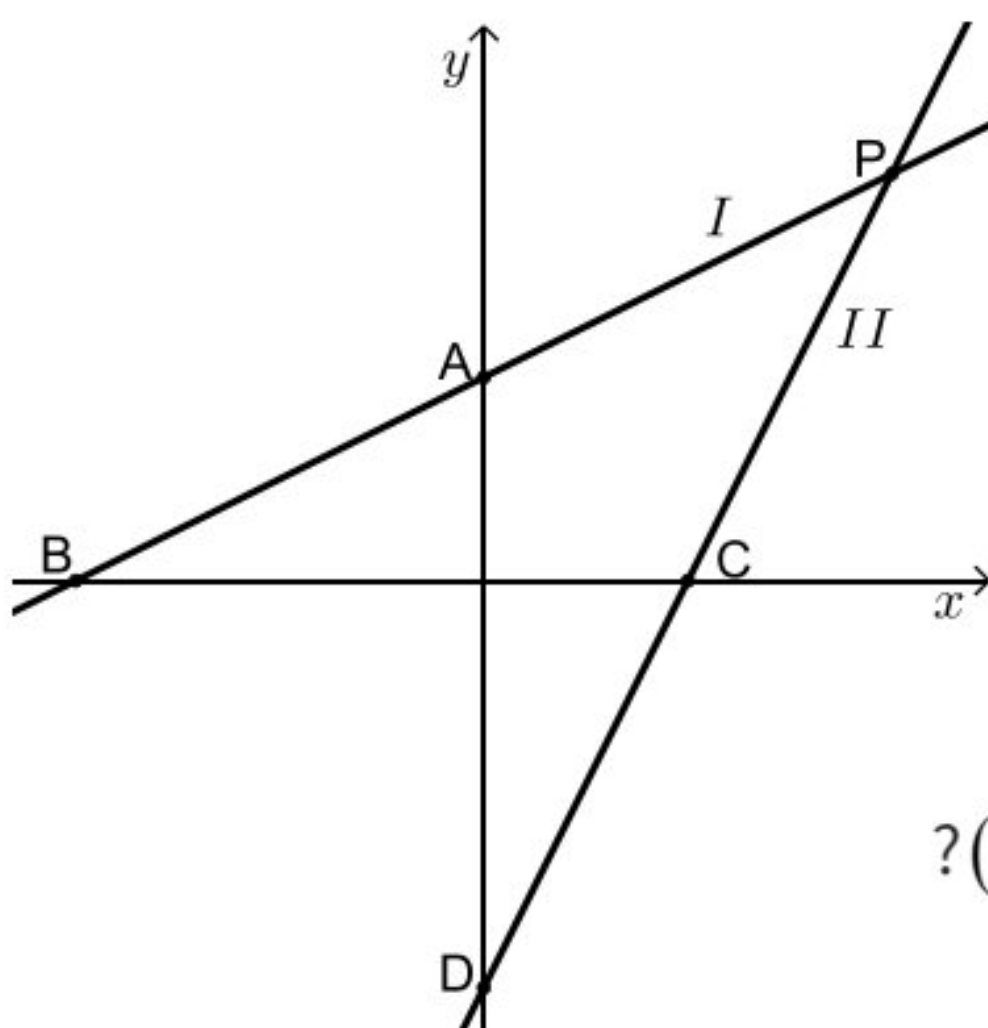
- מצאו את שיעורי נקודת המפגש של שתי הפונקציות (הנקודה A).
- מצאו את נקודות החיתוך של כל פונקציה עם ציר ה- x (הנקודות B ו-C).
- מצאו את אורך הקטע BC ואת אורך הקטע AO.
- חשבו את $S_{\triangle ABC}$.



(2) בסרטוט שלפניכם מתוארים הישרים: $y = -x + 6$, $y = 2x - 6$.



- חשבו את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
- חשבו את שיעורי הנקודות E ו-F.
- נתון: 24 יחידות אורך GH .
- חשבו את שיעורי הנקודות G ו-H.
- חשבו את שטח הטרפז ACHG.



- (3) נתונים הישרים: $2y - x = 4$ ו- $y - 2x = -4$.
- הביאו את המשוואות לצורה מפורשת.
 - התאימו לכל ישר את המשוואה המתאימה, נמקו.
 - מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, P.
 - מצאו את $S_{\triangle BCP}$.
 - מנקודה C העלו אנך לציר ה- x החותך את הישר AB בנקודה E. מצאו את $S_{\triangle BCE}$.
 - האם הישר AB עובר דרך הנקודות (3,5) ו- (1,-2)?





סרטון

(4) נתונה הפונקציה: $y = 2(x-1)(x+4)$.

- א. מהם שיעורי נקודות האפס של הפונקציה?
 ב. האם הפרבולה המתאימה לפונקציה זו צרה/רחבה/זהה מזו של הפונקציה $y = x^2$?
 נמקו.
 ג. מהם שיעורי נקודת הקודקוד ומה סוגה?



סרטון

(5) נתונה הפונקציה: $y = -\frac{1}{3}(x+5)^2 + 2$.

- א. חשבו את שיעורי נקודת קודקוד הפרבולה המתארת את הפונקציה.
 ב. האם הפרבולה המתאימה לפונקציה זו צרה/רחבה/זהה מזו של הפונקציה $y = x^2$?
 נמקו.



סרטון

(6) נתונה הפונקציה: $y = -3x^2 + 9x + 8$.

- א. חשבו את שיעורי נקודת קודקוד הפרבולה המתארת את הפונקציה.
 ב. האם הפרבולה המתאימה לפונקציה זו צרה/רחבה/זהה מזו של הפונקציה $y = x^2$?
 נמקו.



סרטון

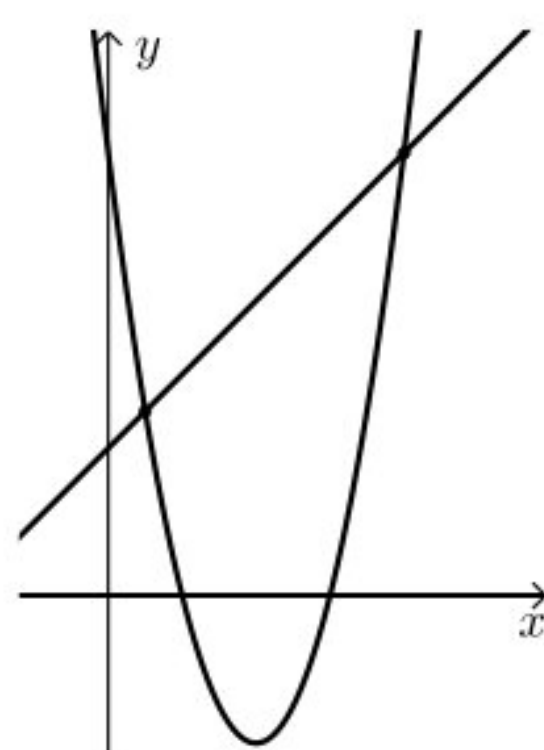
(7) רשמו את הפונקציות הבאות בצורה: $y = a(x-m)(x-n)$.

א. $y = 3x^2 + 24x + 36$

ב. $y = 2x^2 - 12x + 10$

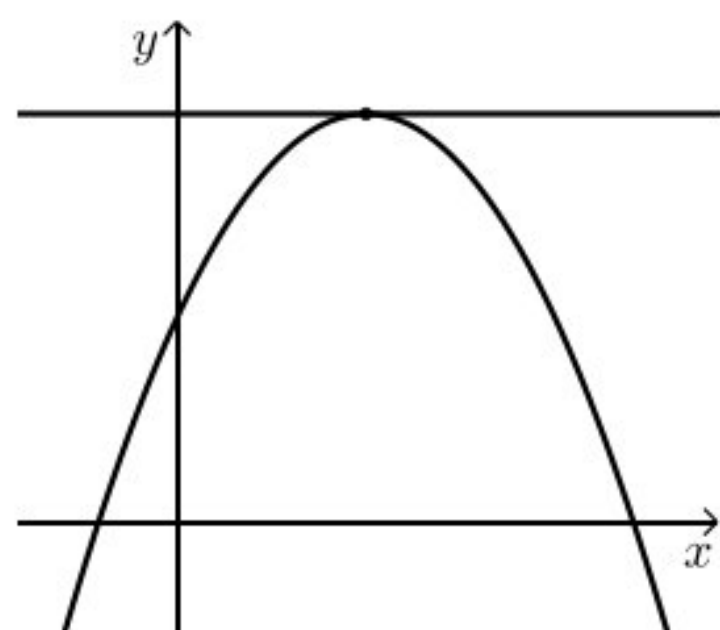
ג. $y = 2x^2 - 72$

ד. $y = -x^2 - 4x + 21$



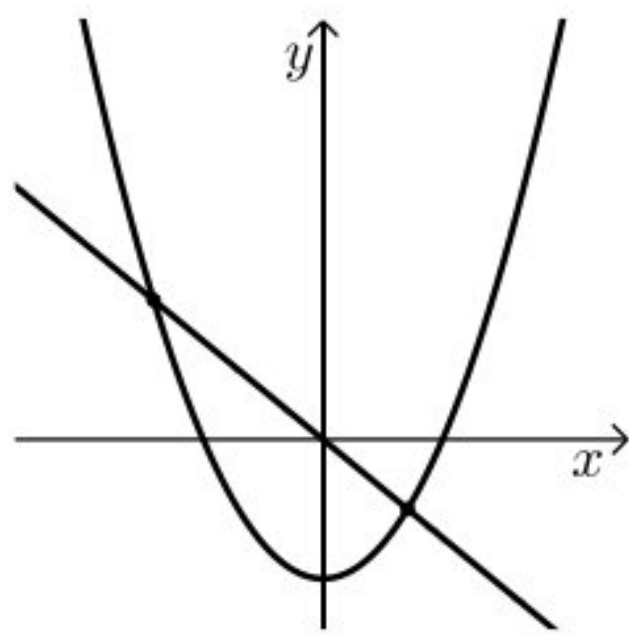
סרטון

- (8) לפניכם הגרפים של שתי הפונקציות:
 $f(x) = x^2 - 8x + 12$ ו- $g(x) = x + 4$.
 מצאו את נקודות החיתוך שבין שני הגרפים.

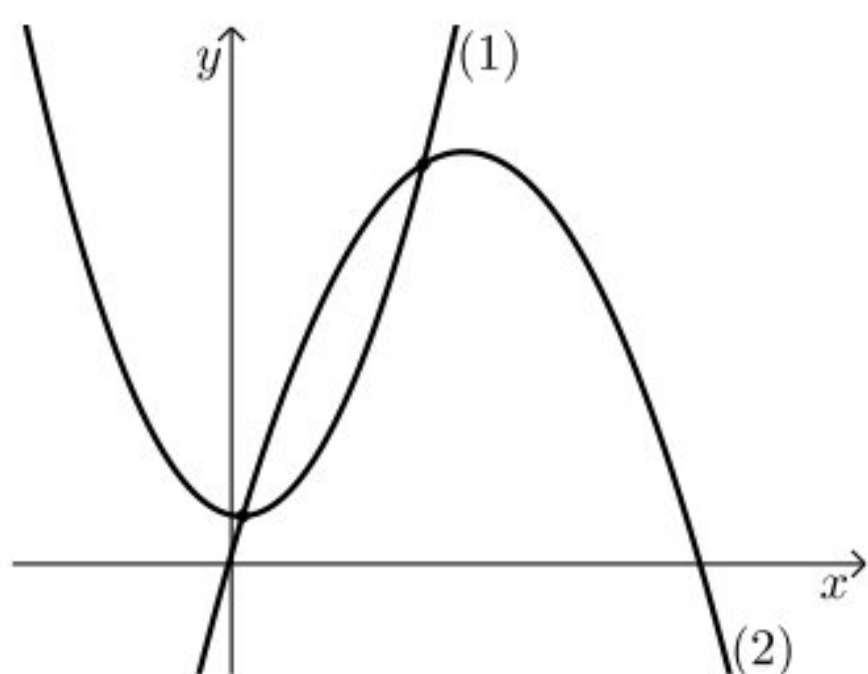


סרטון

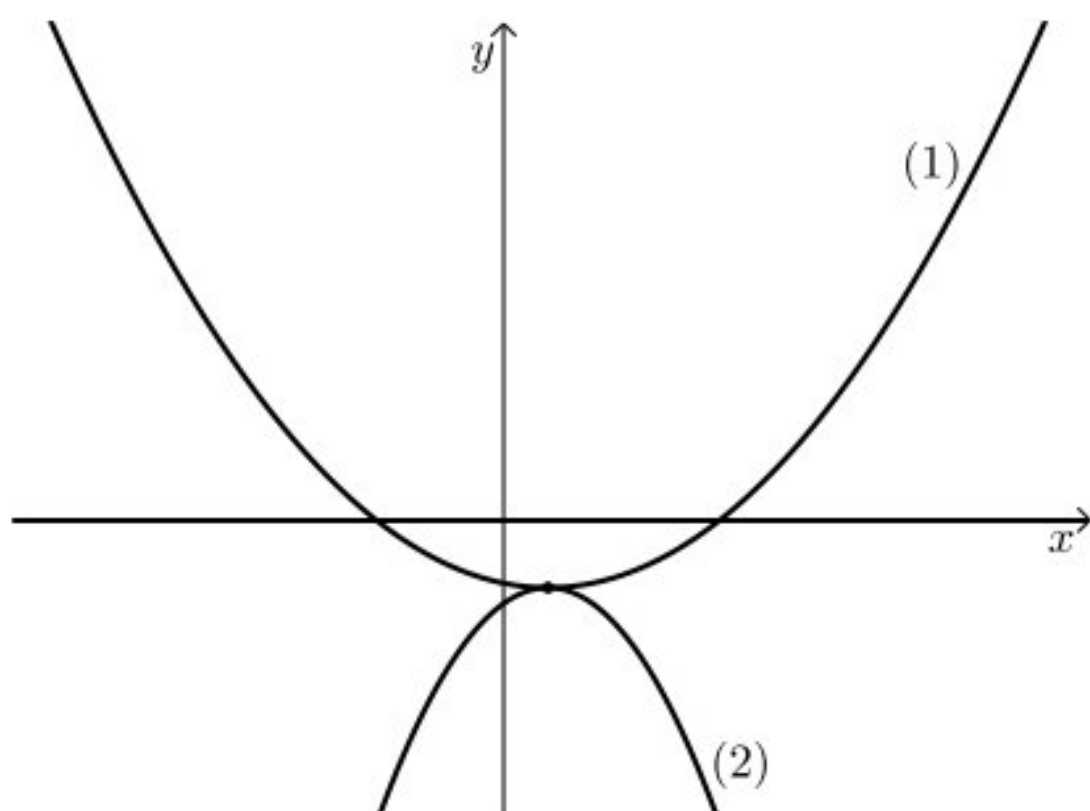
- (9) מצאו את שיעורי הנקודה המשותפת
 לגרף הפרבולה $f(x) = -x^2 + 10x + 25$
 ו- $y = 50$.



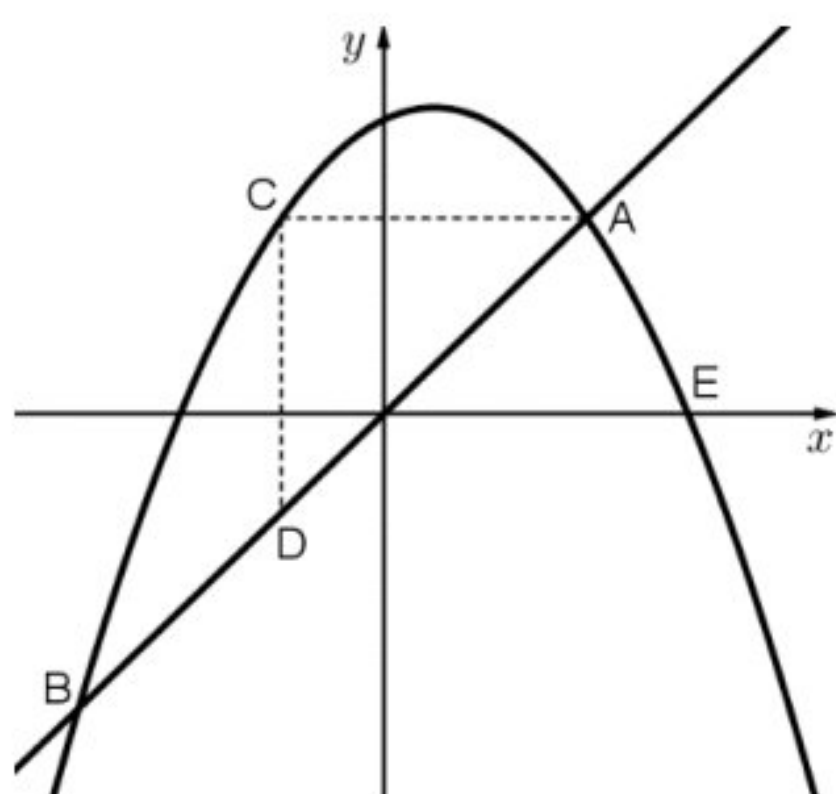
- 10** נתונים פרבולה $y = x^2 - 8$ וישר $y = -2x$.
- מצאו את נקודות החיתוך בין גרף הפרבולה והישר.
 - מצאו נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- y ואת נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- y .
 - מצאו את המרחק שבין נקודת החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה- y לבין נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- y .
 - מצאו את קודקוד הפרבולה.
 - כתבו את תחומי העלייה והירידה של הפרבולה.



- 11** לפניכם סרטוט של שתי פונקציות ריבועיות:
- $$f(x) = 2.5x^2 - x + 5 \quad \text{ו-} \quad g(x) = -1.75x^2 + 17x + 1$$
- התאימו לכל גרף (1) ו-(2) את הפונקציה המתאימה לו.
 - מה הם תחומי החיוביות והחיוביות של גרף (1)?
 - מצאו את נקודות החיתוך של שני הגרפים.



- 12** לפניכם סרטוט של שתי פונקציות ריבועיות:
- $$f(x) = -1.75x^2 + 3.5x - 9.25 \quad \text{ו-} \quad g(x) = 0.5x^2 - x - 7$$
- התאימו לכל גרף (1) ו-(2) את הפונקציה המתאימה לו.
 - הראו כי לשתי הפרבולות יש נקודה משותפת אחת בלבד, מצאו את שיעוריה והראו שנקודה זו היא נקודת קודקוד הפרבולה.



- 13** בסרטוט שלפניכם מתוארים הישר: $y = 2x$ והפרבולה: $y = -x^2 + x + 6$.
- חשבו את שיעורי נקודות החיתוך של הישר והפרבולה, A ו-B.
 - הישר AC מקביל לציר ה- x והישר CD מקביל לציר ה- y . חשבו את שטח המשולש ACD.
 - מצאו את משוואת הישר המקביל לישר הנתון ועובר דרך הנקודה E, נקודת החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה- x הנמצאות מימין לראשית הצירים.

תשובות סופיות:

הפונקציה הקווית:

(1) א. $(0, 4)$ ב. $B(-8, 0)$, $C(2, 0)$ ג. $AO = 4$, $BC = 10$ ה. 20 יח"ש.

(2) א. $A(0, 6)$, $B(6, 0)$, $C(0, -6)$, $D(3, 0)$ ב. $E(4, 2)$, $F(12, -6)$

ג. $G(-4, 10)$, $H(-4, -14)$ ד. 72 יח"ש.

(3) א. $y = 2x - 4$, $y = \frac{1}{2}x + 2$ ב. $H: y = 2x - 4$, $I: y = \frac{1}{2}x + 2$

ג. $A(0, 2)$, $B(-4, 0)$, $C(2, 0)$, $D(0, -4)$, $P(4, 4)$

ד. 12 יח"ש $S_{BCP} =$ ה. 9 יח"ש $S_{BCE} =$ ו. לא ולא.

(4) א. $E(1, -2.5)$ ב. $y = \frac{1}{2}x - 3$ ג. 10 יחידות אורך $BD =$

ד. $A(0, -3)$, $C(0, -2)$ ה. 2.25 יח"ש.

הפונקציה הריבועית:

- (1) א. $(0, -9)$ ב. $x = 0$ ג. $(-3, 0)$, $(3, 0)$ ד. עולה: $x > 0$, יורדת: $x < 0$
ה. חיובית: $x > 3$, $x < -3$, שלילית: $-3 < x < 3$.
ו. סעיפים ב, ד נשארים זהים. סעיף א': $(0, 9)$, סעיף ג': אין חיתוך, סעיף ה': חיובית לכל x .
- (2) א. הזזה 12 יחידות ימינה ו-5 יחידות למטה.
ב. הזזה יחידה אחת שמאלה ויחידה אחת למטה.
ג. הזזה 3 יחידות שמאלה ו-6 יחידות למטה.
- (3) א. $x = 3$ ב. רביע ראשון, מינימום. ג. רק $\left(-1, 13\frac{1}{2}\right)$ ד. $a = \frac{1}{2}$, $b = 3$, $c = 10$.
- (4) א. $(-4, 0)$, $(1, 0)$ ב. צרה יותר. ג. $\min(-1.5, -7.5)$.
- (5) א. $(-5, 2)$ ב. רחבה יותר.
- (6) א. $(1.5, 14.75)$ ב. צרה יותר.
- (7) א. $y = 2(x-1)(x-5)$ ב. $y = 3(x+2)(x+6)$
ג. $y = -(x+7)(x-3)$ ד. $y = 2(x-6)(x+6)$.
- (8) $(1, 5)$, $(8, 12)$.
- (9) $(5, 50)$.
- (10) א. $(-4, 8)$, $(2, -4)$ ב. $(0, -8)$, $(0, 0)$ ג. 8 יחידות.
ד. $(0, -8)$ ה. עולה: $x > 0$, יורדת: $x < 0$.
- (11) א. $f(x) \rightarrow (2)$, $g(x) \rightarrow (1)$ ב. חיובית בכל תחום הגדרתה.
ג. $\left(\frac{6}{25}, 4\frac{9}{10}\right)$, $(4, 41)$.
- (12) א. $f(x) \rightarrow (2)$, $g(x) \rightarrow (1)$ ב. הנקודה $(1, -7.5)$.
- (13) א. $A(2, 4)$, $B(-3, -6)$ ב. 4.5 יח"ש. ג. $y = 2x - 6$.
- (14) א. $A(-1.5, 6.75)$, $B(3, 0)$ ב. $B(3, 0)$, $D(-3, 0)$ ו- $O(0, 0)$, $B(3, 0)$
ג. $C(0, 9)$, $E(1.5, -2.25)$ ד. 6 יחידות אורך AM , 6.75 יחידות אורך MN .
ה. 20.25 יח"ש.

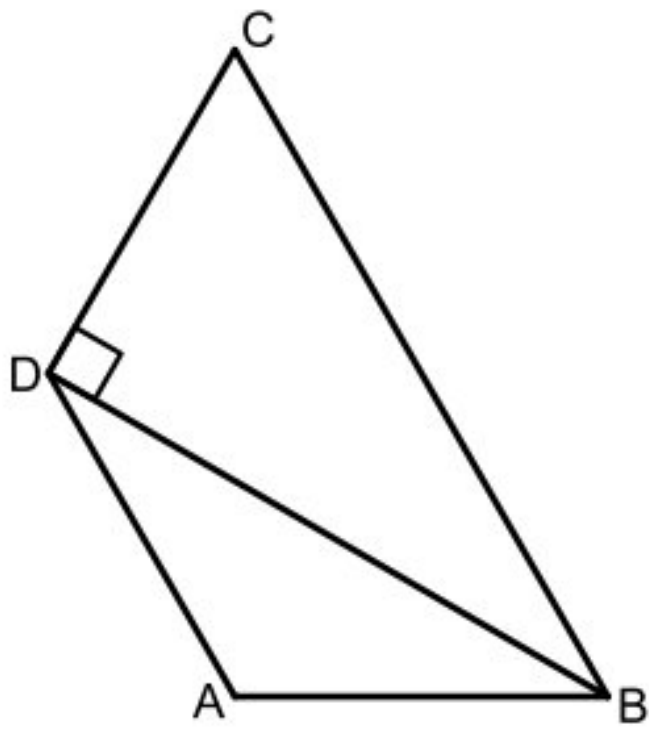
פונקציות כלליות:

(1) להלן טבלה מלאה:

$h(x)$	$g(x)$	$f(x)$	
$-1.5 < x < 0, x > 1.5$	$x < 0, x > 1.5$	$x < 0, x > 1$	תחום עלייה
$x < -1.5, 0 < x < 1.5$	$0 < x < 1.5$	$0 < x < 1$	תחום ירידה
$\max(0,0)$ $\min(-1.5,-4), \min(1.5,-4)$	$\max(0,3)$ $\min(1.5,2)$	$\max(0,0)$ $\min(1,-1)$	שיעורי נקודות הקיצון וסוגו

- (2) א. $\min(0,0), \max(-3,5)$ ב. עלייה: $x < -3, x > 0$, ירידה: $-3 < x < 0$
ג. $x < -4$ ד. $-4 < x < 0, x > 0$ ה. 3 פתרונות
- (3) א. $\min(0,8), \max(-1,9), \max(1,9)$ ב. עלייה: $x < -1, 0 < x < 1$
ירידה: $-1 < x < 0, x > 1$ ג. חיוביות: $-2 < x < 2$ שליליות: $x < -2, x > 2$
ה. $8 < k < 9$ ו. $\min(-2,8), \max(-3,9), \max(-1,9)$
- (4) א. $\min(3,1.5), \min(-2,-5), \max(2,2)$ ב. עלייה: $x > 3, -2 < x < 2$
ירידה: $x < -2, 2 < x < 3$ ג. חיוביות: $x < -4, x > 1$, שליליות: $-4 < x < 1$.
ד. כל $c > 5$ ה. (1) לסרטוט עיינו בסרטון הוידאו. ה. (2) 5 נקודות קיצון.

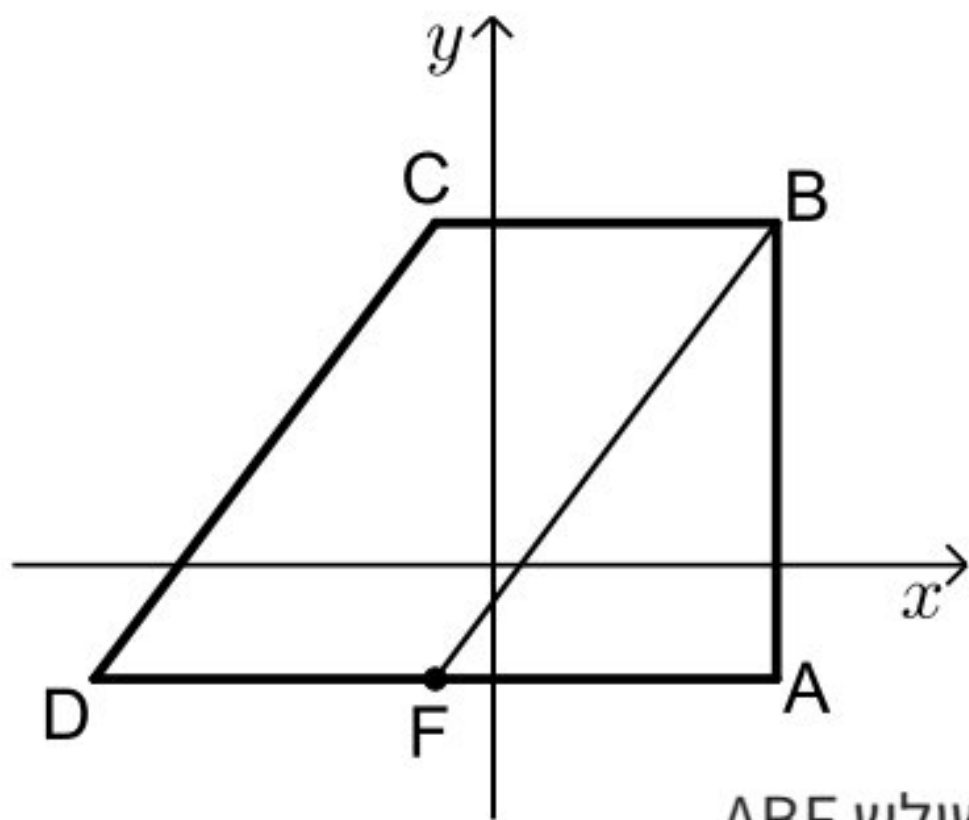
גיאומטריה:



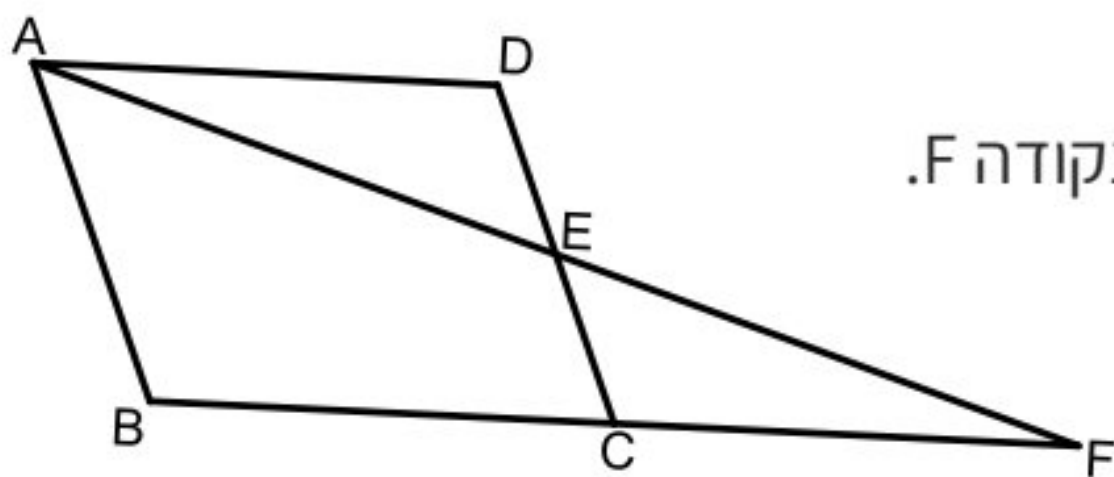
- (1) בטרפז שווה-שוקיים ABCD ($AD \parallel BC$, $AB = CD$) נתון: $\angle ABD = \angle ADB$, $BD \perp DC$.
חשבו את גודלן של זוויות הטרפז.



- (2) נתונות הנקודות: $A(5, -2)$, $B(5, 6)$, $C(-1, 6)$, $D(-7, -2)$.



- א. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא טרפז.
ב. איזה סוג טרפז הוא המרובע ABCD?
ג. חשבו את שטח הטרפז ABCD.
מהנקודה B העבירו ישר, המקביל לצלע CD וחותך את הצלע AD בנקודה F.
ד. מה סוג המרובע BCFD? נמקו.
ה. מצאו את שיעורי הנקודה F.
ו. מצאו את היחס בין שטח המרובע BCFD לשטח המשולש ABF.
ז. נתונה הנקודה: $K(-12, 6)$.
האם שטח המשולש DFK שווה לשטח המשולש ABF? נמקו.



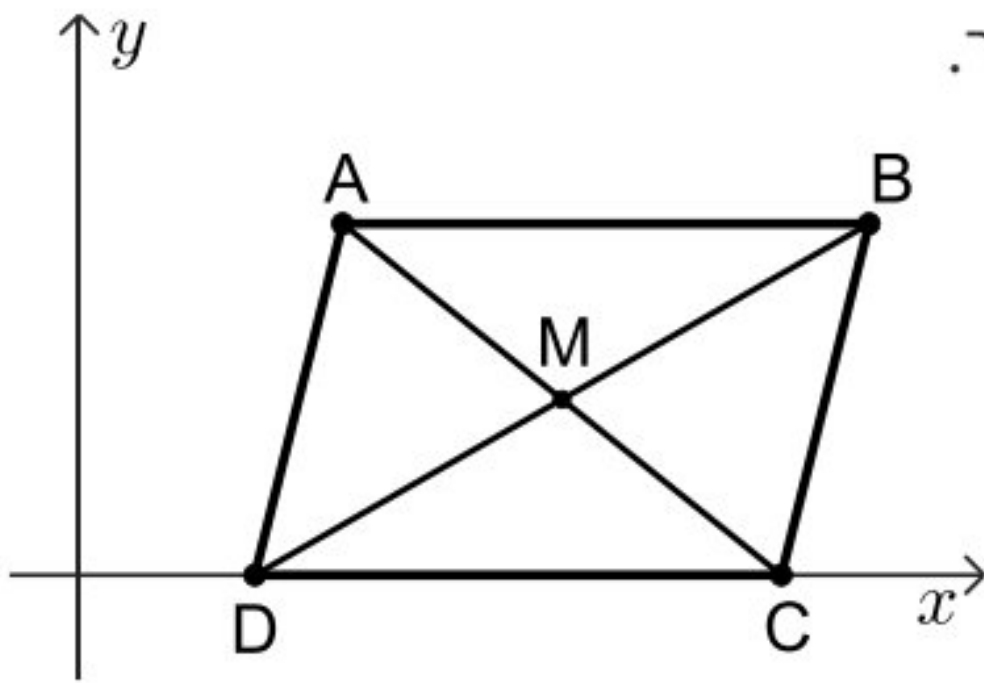
- (3) בסרטוט שלפניכם, נתון מרובע ABCD.
הנקודה E נמצאת באמצע הצלע DC.
המשך הקטע AE פוגש את המשך הצלע BC בנקודה F.
נתון: $\angle ADC = \angle DCF$.
א. הוכיחו כי: $AD = CF$.
ב. נתון גם כי C היא אמצע BF.
(1) הוכיחו: $BC \parallel AD$.
(2) הוכיחו: ABCD מקבילית.



סרטון



(4) נתונה מקבילית ABCD. הקודקודים C ו-D מונחים על ציר ה-x.
נתון: $D(2,0)$, $B(9,4)$. שטח המקבילית ABCD הוא 24 יח"ר.

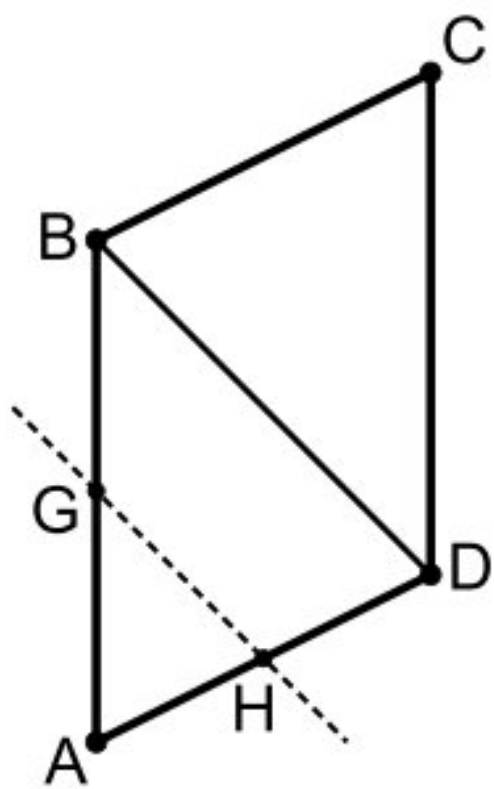


- מצאו את אורך הצלע DC.
- מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-C.
- מצאו את משוואות הישרים AC ו-BD.
- מצאו את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים, M.
- האם המשולשים BCM ו-CDM הם שווים שטח? נמקו.

סרטון



(5) במקבילית ABCD נתונים הקודקודים: $C(4,10)$, $D(4,4)$.

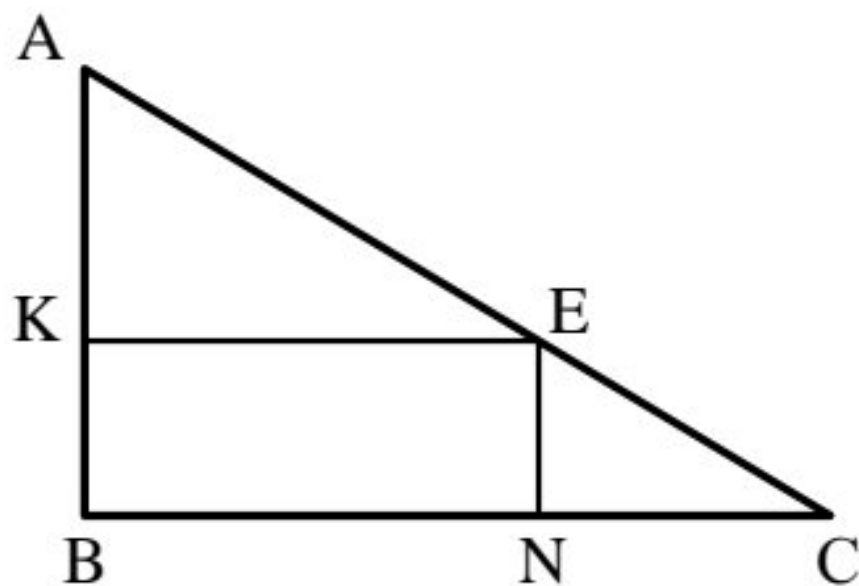


- הצלע BC מונחת על הישר $y = \frac{1}{2}x + 8$ והאלכסון BD מונח על הישר: $y = 8 - x$.
- מצאו את שיעורי הקודקוד A.
- מצאו את משוואות הישרים עליהם מונחות הצלעות AB ו-AD.
- מהו אורך הגובה מהקודקוד B לצלע CD?
- בסרטוט מופיע הישר $y = 5 - x$, החותך את המקבילית ABCD בנקודות G ו-H. הוכיחו שהמשולשים ABD ו-AGH דומים.

סרטון



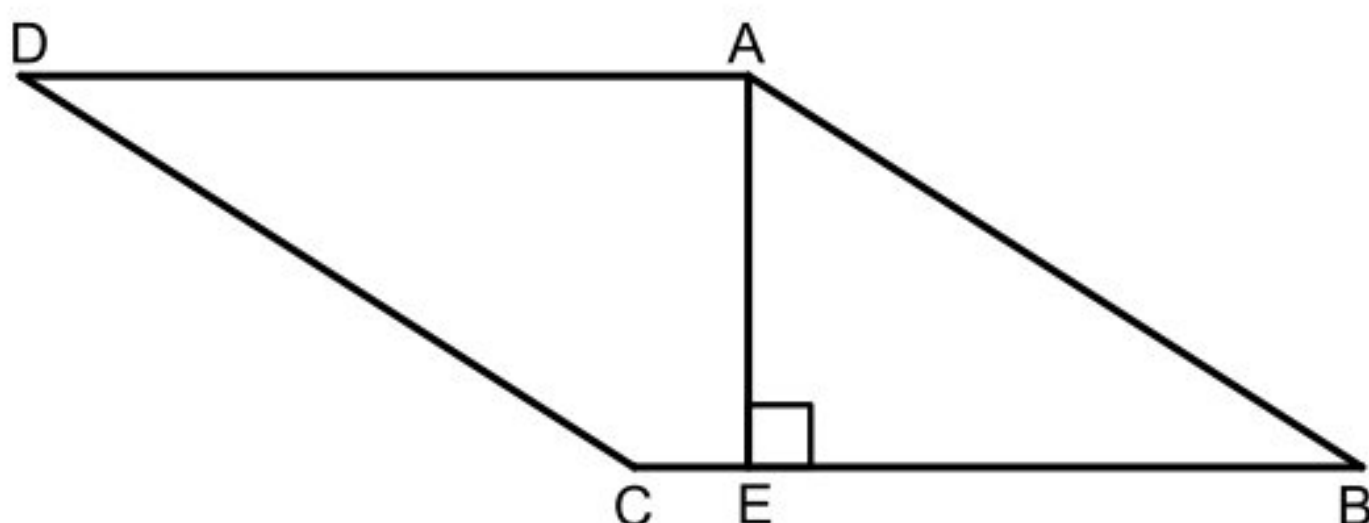
(6) $\triangle ABC$ הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).
המרובע KENB חסום במשולש זה.
נתון כי: $\angle AEK = \angle C$, $\angle NEC = \angle A$.
הוכיחו כי המרובע KENB הוא מלבן.

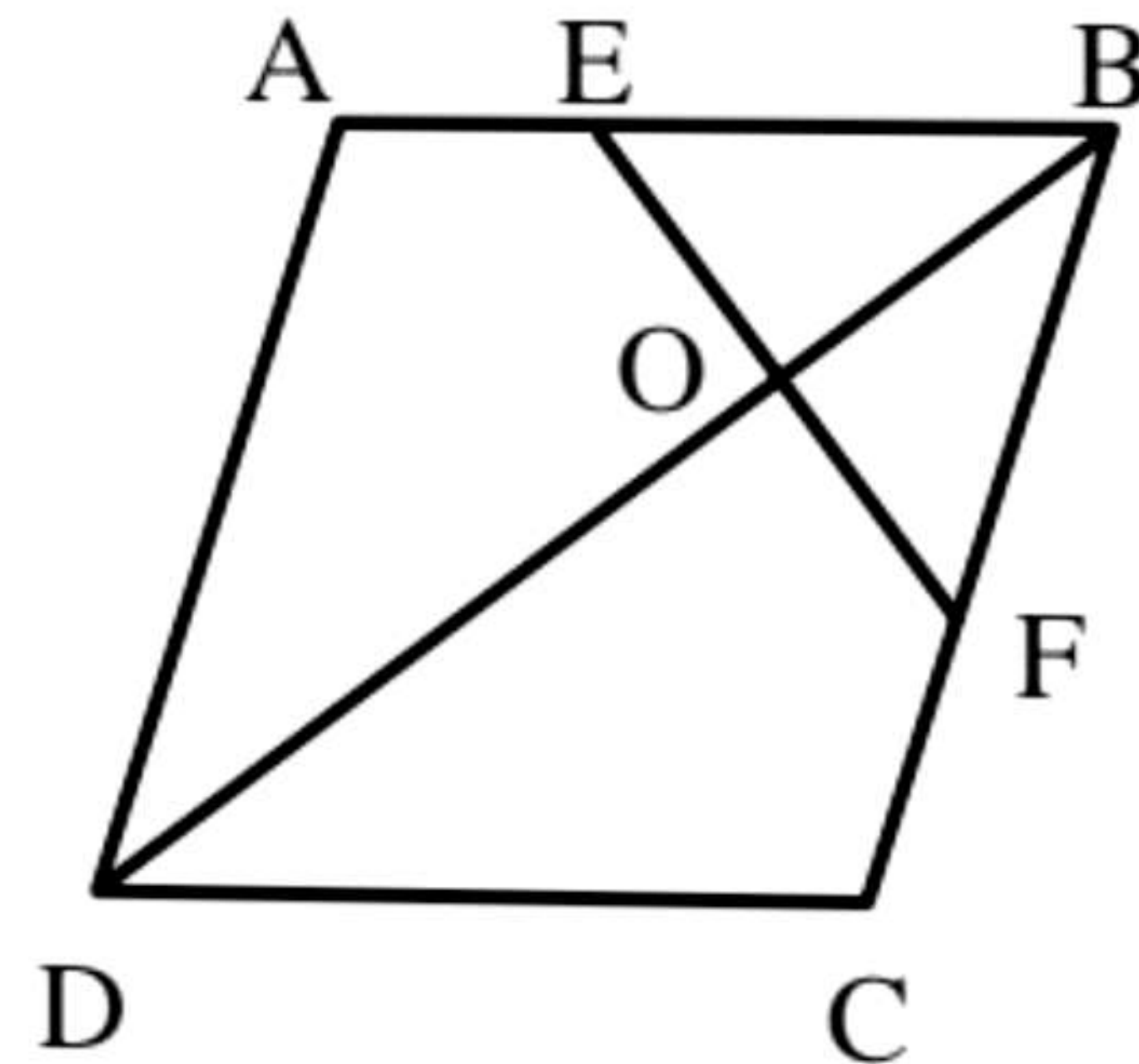


סרטון



(7) המרובע ABCD הוא מעוין.
נתון: $AE \perp BC$.
היקף המעוין הוא 100 ס"מ
ושטח המעוין הוא 336 סמ"ר.
א. חשבו את אורך DC.
ב. חשבו את אורך AE.
ג. חשבו את אורך CE.





- (8) מעוין ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-BC בהתאמה.
נתון: $EF \perp BD$, $\angle DCB = 120^\circ$.
א. הוכיחו כי משולש EBF הוא שווה צלעות.
ב. איזה מרובע הוא ACFE? נמקו.

סרטון



תשובות סופיות:

- (1) זוויות הטרפז: $60^\circ, 120^\circ$.
- (2) ג. 72 יח"ש ד. מקבילית ה. $F(-1, -2)$ ו. 2:1 ז. כן.
- (3) שאלת הוכחה.
- (4) א. $DC=6$ ב. $A(3, 4), C(8, 0)$ ג. $BD:Y = \frac{4}{7}X - \frac{8}{7}$ $AC:Y = -\frac{4}{5}X + \frac{32}{5}$ ד. $M(5.5, 2)$ ה. כן, התיכון במשולש מחלק אותו לשני משולשים שווים שטח.
- (5) א. $A(0, 2)$ ב. $AD:Y = \frac{1}{2}X + 2$ ג. $CD:X = 4$ ד. $AB:X = 0$ ה. 4
- (6) שאלת הוכחה.
- (7) א. $DC = 25$ ס"מ ב. $AE = 13.44$ ס"מ ג. $CE = 3.92$ ס"מ
- (8) טרפז שווה שוקיים.
- (9) א. מעוין ב. $4\sqrt{13}$ ג. 1:8 ד. חצי ה. 12 יח"ר
- (10) א. $D(11, 8)$ ב. $AB=10$ ג. טרפז ד. 100 יח"ר ו. $K(25, 0)$ ז. $M(-15, 0)$ או: $M(5, 0)$.
- (11) א. $\triangle BGD \cong \triangle AFE$ בלבד. ב. כולם דומים. ג. 12 ס"מ. ד. טרפז שווה שוקיים ששטחו 32 סמ"ר.
- (12) א. (1) כן א. (2) במעוין אלכסונים מאונכים זה לזה ב. $BD=6$ ג. $B(2, 5), D(2, -1)$ ד. $E(-1, 2)$ ה. 45 ו. כן, אם במעוין יש זווית ישרה אז הוא ריבוע. (או אם במעוין האלכסונים שווים זה לזה)