

1..... חוברת קיץ לעולים לכיתה יא'

3..... פונקציית פולינום:

3..... חקירה:

4..... פונקציה זוגית ואי זוגית:

6..... תשובות סופיות:

8..... פונקציית שורש:

8..... חקירה:

9..... תשובות סופיות:

10..... פונקציית מנה:

10..... חקירה:

11..... תשובות סופיות:

12..... בעיות קיצון:

12..... בעיות קיצון בפולינום:

14..... בעיות קיצון בפונקציית שורש:

15..... בעיות קיצון בפונקציית מנה:

17..... תשובות סופיות:

18..... גיאומטריה - פרופורציה ודמיון:

18..... משפט תאלס:

20..... משפט חוצה הזווית:

21..... דמיון משולשים:

23..... תשובות סופיות:

פונקציית פולינום:

חקירה:

(1) חקרו את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:

- i. תחום הגדרה.
- ii. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- iii. קביעת סוג הקיצון ומציאת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- iv. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (במידה ויש).
- v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

א. $y = x^4 - 10x^2 + 9$

ב. $y = x(x-12)(2x-9)$

ג. $y = (6-x)^8$



(2) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x^3 - 3ax^3 + 54x - 50$.

- א. לאלו ערכים של הפרמטר a , עולה הפונקציה בכל תחום הגדרתה?
 - ב. הציבו $a = 6$ בפונקציה וחקרו אותה לפי הסעיפים הבאים:
- תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודת חיתוך עם ציר ה- y , סרטוט.



(3) נתונה הפונקציה: $y = (x-3)(2-x)^2$.

- א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- ב. כתבו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ג. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(4) נתונה הפונקציה: $y = 2x^2(x+a)^2$, $a > -6$.

- ידוע שלפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 4$.
- א. מצאו את הפרמטר a וכתבו את הפונקציה.
 - ב. האם יש לפונקציה עוד נקודות קיצון? אם כן, מצאו אותן.
 - ג. כתבו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - ד. מצאו האם יש לפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים.
 - ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה וכתבו את תחומי החיוביות והשליליות שלה.

פונקציה זוגית ואי זוגית:



(1) קבעו אלו מהפונקציות הבאות הן זוגיות/אי-זוגיות לא זו ולא זו:

ב. $f(x) = 3x^2$

א. $f(x) = 3x - 5$

ד. $f(x) = x^3 - 2x^2$

ג. $f(x) = 2x^3$

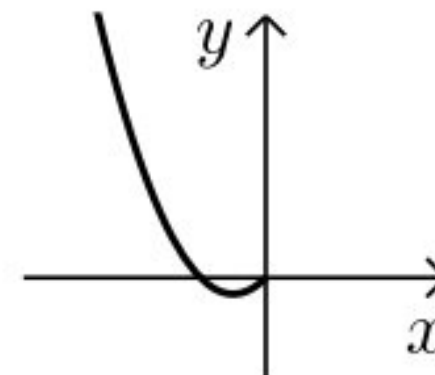
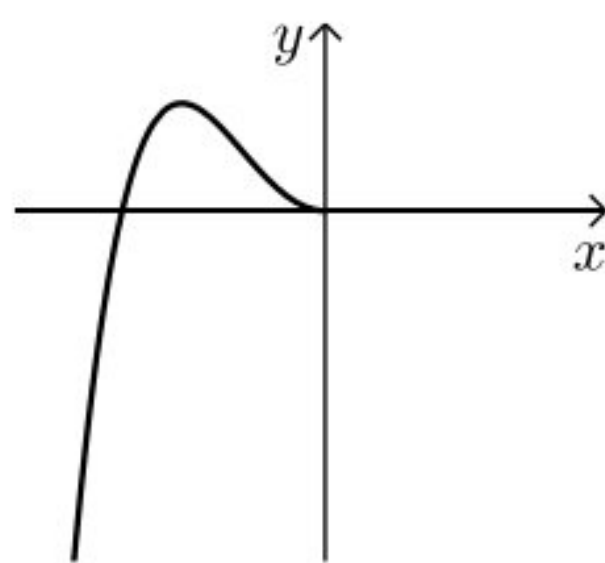
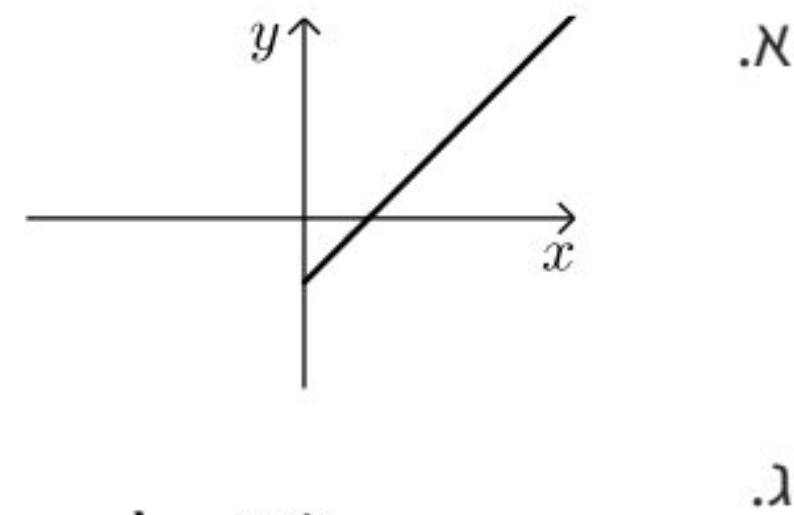
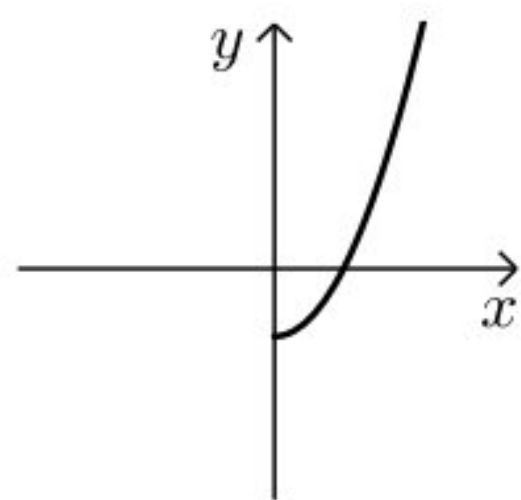
ו. $f(x) = 4x^5 - 3x^3 - 1$

ה. $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 1$



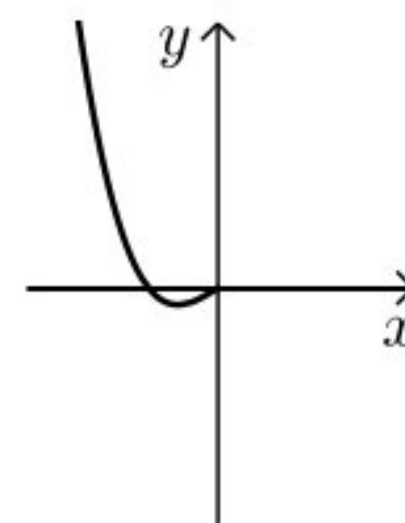
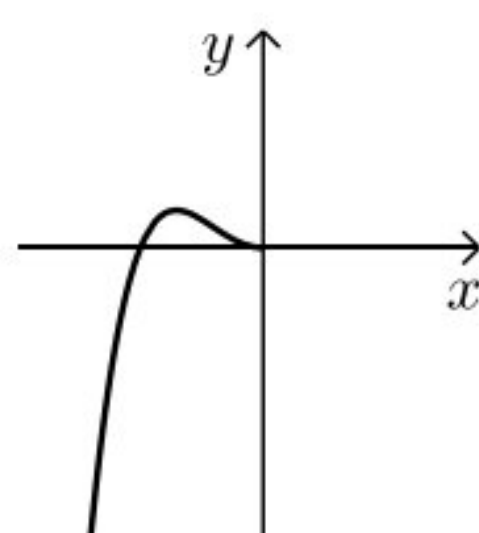
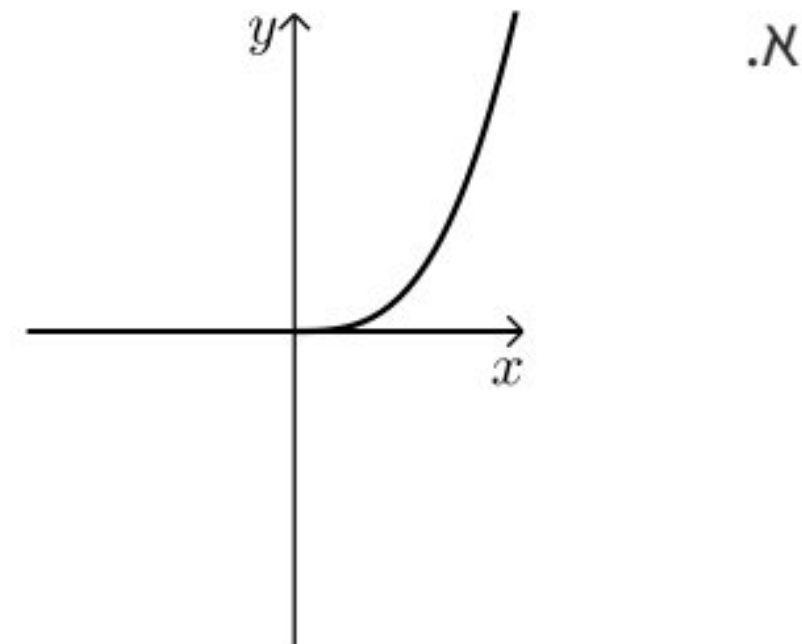
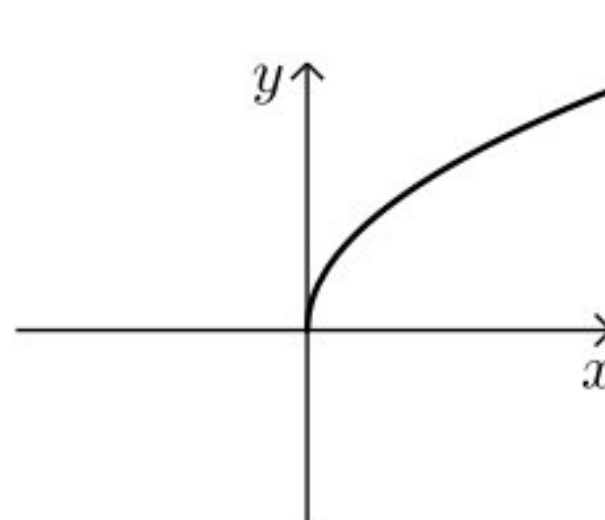
(2) הפונקציות המסורטטות להלן מוגדרות לכל x .

השלימו את ציור הגרף של הפונקציה כך שתתקבל פונקציה זוגית:



(3) הפונקציות המסורטטות להלן מוגדרות לכל x .

השלימו את ציור הגרף של הפונקציה כך שתתקבל פונקציה אי-זוגית:



תשובות סופיות:

חקירה:

(1) תשובות עבור סעיפים i-iv:

א. i. כל x . ii. $\min(-\sqrt{5}, -16), \max(0, 9), \min(\sqrt{5}, -16)$.

iii. עולה: $x < -\sqrt{5}, 0 < x < \sqrt{5}$; יורדת: $-\sqrt{5} < x < 0, x > \sqrt{5}$.

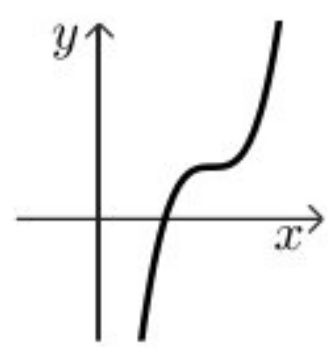
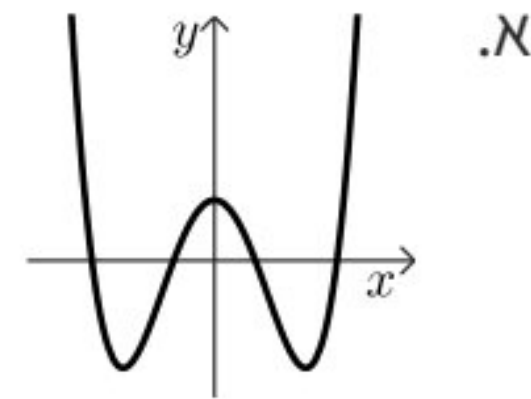
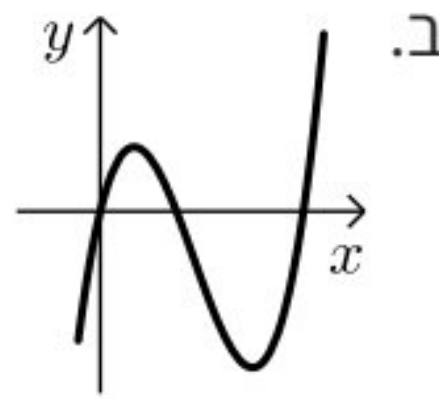
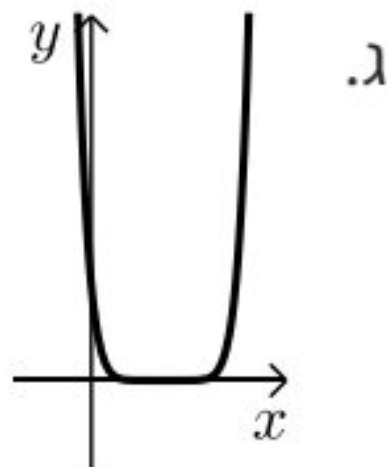
iv. $(0, 9), (-3, 0), (-1, 0), (1, 0), (3, 0)$.

ב. i. כל x . ii. $\max(2, 100), \min(9, -243)$.

iii. עולה: $x < 2, x > 9$; יורדת: $2 < x < 9$. iv. $(0, 0), (12, 0), (4.5, 0)$.

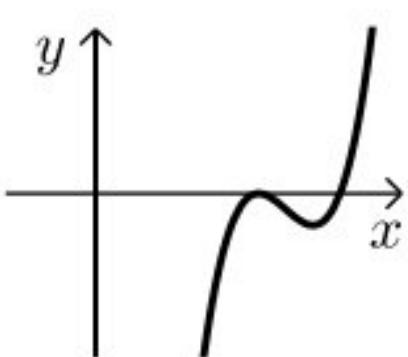
ג. i. כל x . ii. $\min(6, 0)$. iii. עולה: $x > 6$; יורדת: $x < 6$. iv. $(6, 0), (0, 6)$.

סקיצות עבור שאלה 1:



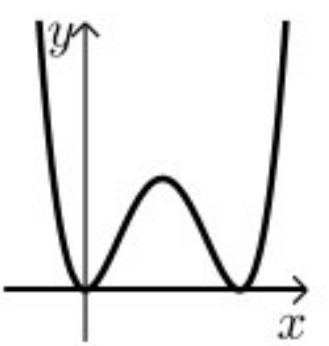
(2) א. $-6 \leq a \leq 6$. ב. כל x , אין קיצון, עולה בכל תחום הגדרה, $(0, -50)$, סקיצה:

ג. עולה: $x > 0, -2 < x < -\frac{1}{4}$; יורדת: $x < -2, -\frac{1}{4} < x < 0$.



(3) א. $\max(2, 0), \min\left(2\frac{2}{3}, -\frac{4}{27}\right)$. ב. עולה: $x < 2, x > 2\frac{2}{3}$; יורדת: $2 < x < 2\frac{2}{3}$.

ג. $(3, 0), (2, 0), (0, -12)$. ד. ראו גרף בצד:



(4) א. $y = 2x^2(x-4)^2, a = -4$. ב. $(0, 0), (2, 32), (4, 0)$.

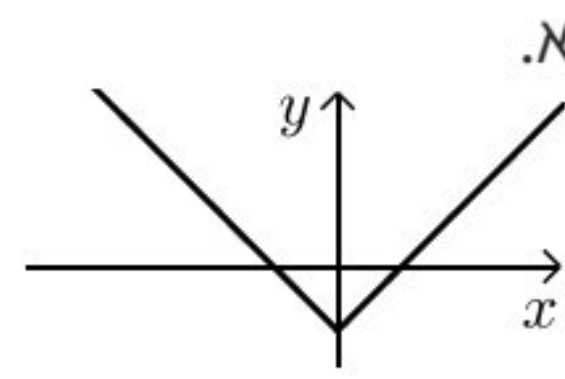
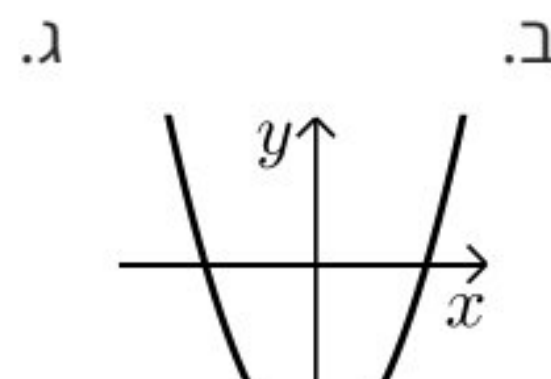
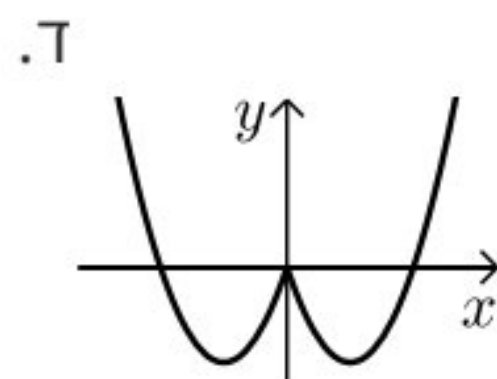
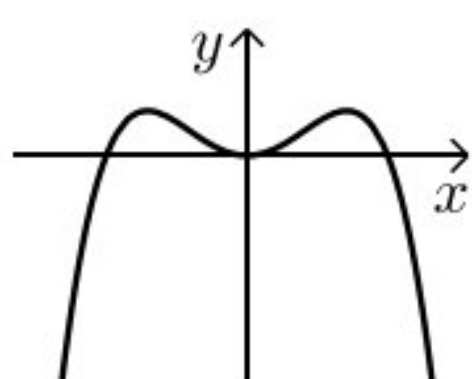
ג. עולה: $x < 0, 2 < x < 4$; יורדת: $0 < x < 2, x > 4$.

ד. $(4, 0), (0, 0)$. ה. חיובית: $x \neq 0, 4$. ראו גרף צד:

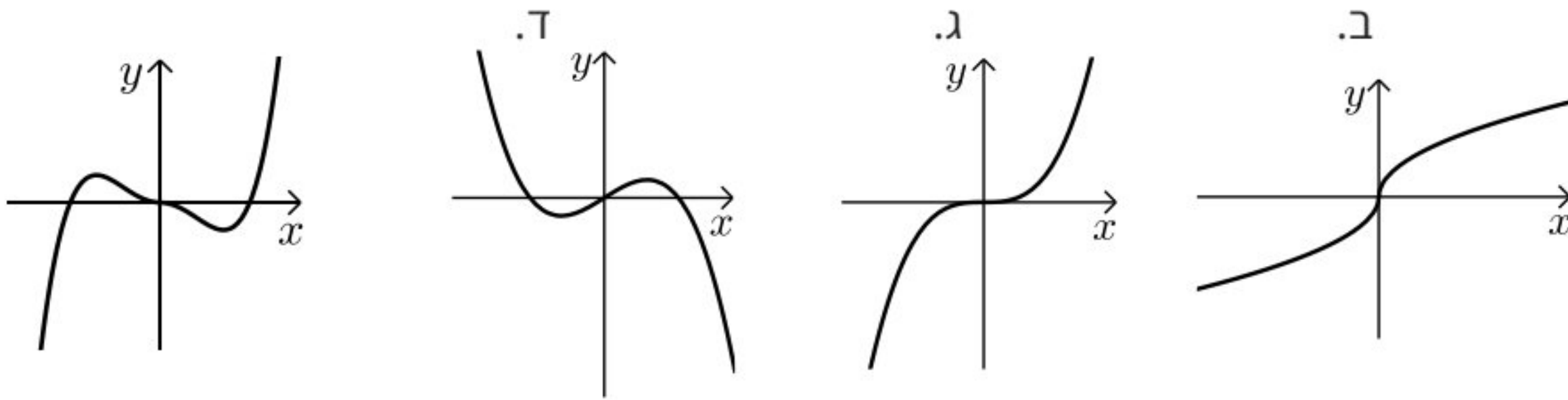
פונקציה זוגית ואי זוגית:

(1) זוגית: ב', ה'. אי-זוגית: ג', לא זו ולא זו: א', ד', ו'.

(2) להלן הגרפים:



(3) להלן הגרפים:



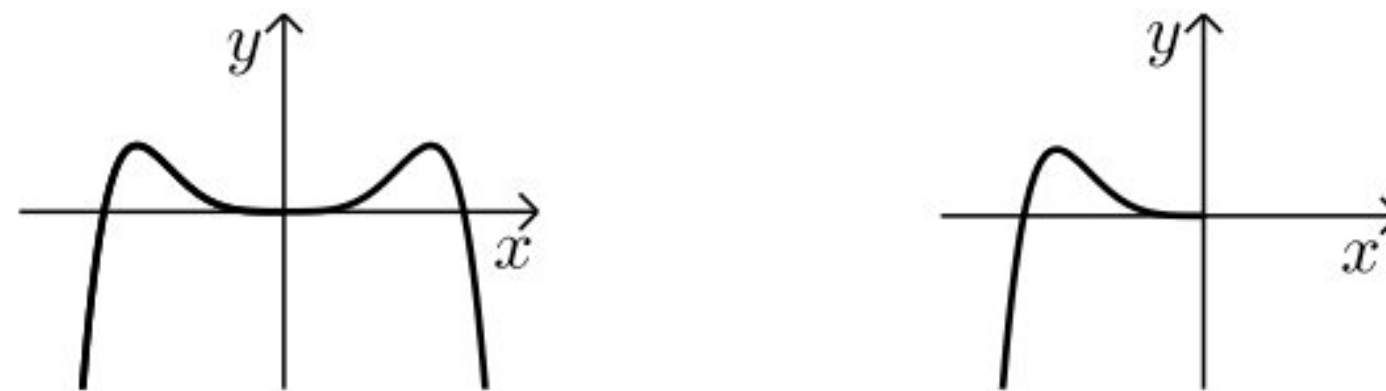
(4) א. $a=0$ ב. תחום הגדרה: $-2 \leq x \leq 0$, חיתוך עם הצירים: $(0,0)$, $(-1.225,0)$,

נקודות קיצון: $\min(-2, -80)$ קצה, $\max(-1, 1)$ קצה, $\min(0, 0)$ קצה.

עולה: $-2 < x < -1$, יורדת: $-1 < x < 0$. ג. זוגית.

סרטוט עבור סעיף ד:

סרטוט עבור סעיף א:



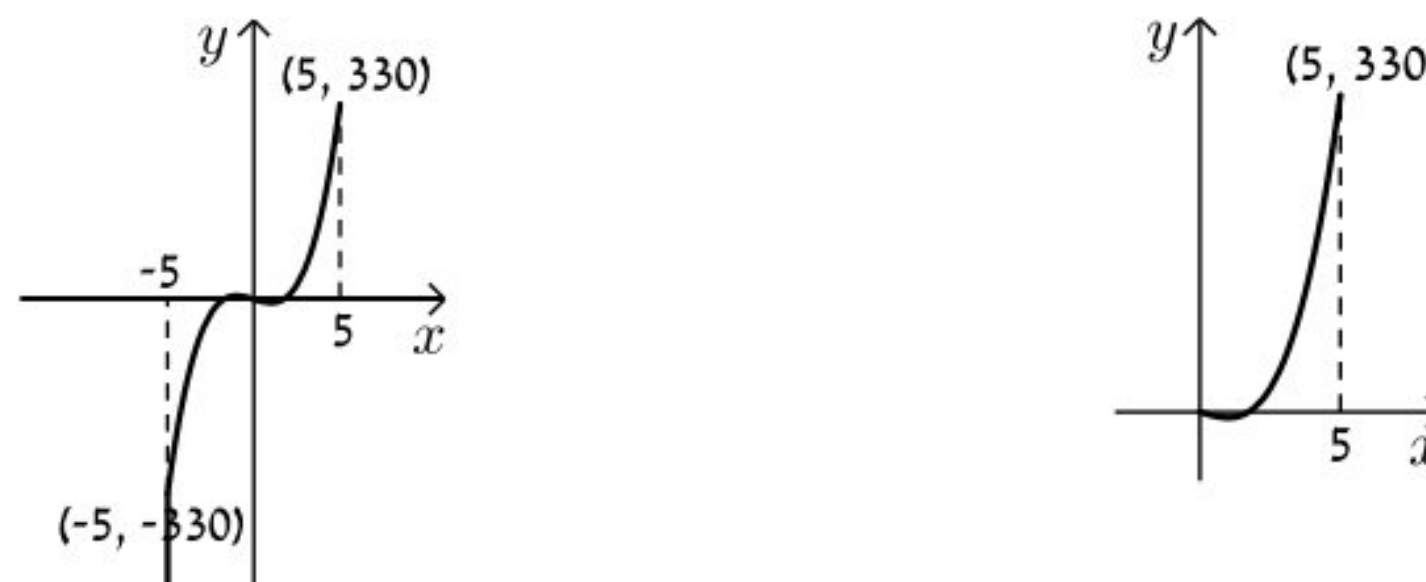
(5) א. תחום הגדרה: $0 \leq x \leq 5$, חיתוך עם הצירים: $(0,0)$, $(\sqrt{3}, 0)$,

נקודות קיצון: $\max(5, 330)$ קצה, $\min(1, -6)$ קצה, $\max(0, 0)$ קצה.

עולה: $1 < x < 5$, יורדת: $0 < x < 1$. ב. אי-זוגית.

סרטוט עבור סעיף ג:

סרטוט עבור סעיף א:



פונקציית שורש:

חקירה:

(1) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-4)\sqrt{x-1}$. חקרו את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:



- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ו. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(2) נתונה הפונקציה: $f(x) = x\sqrt{6-x}$. חקרו את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:



- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(3) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{ax+6}{\sqrt{9-x^2}}$, פרמטר a .



- מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .
ידוע כי הוא מקביל לישר: $3y - x = 0$.
- א. מצאו את ערך הפרמטר a .
 - ב. כתבו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - ג. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה.
 - ד. כתבו את התחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

פונקציית מנה:

חקירה:

(1) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{6x^2 - 10x + 6}{3x^2 - 10x + 3}$. חקרו את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:



- מציאת תחום ההגדרה.
- מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(2) לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{ax + 4}{x^2}$ יש נקודת קיצון שבה $x = -8$.



- מצאו את a וכתבו את הפונקציה.
- כתבו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצאו את האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x-a}{x-1}$, $(a \neq 1)$.



- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- הביעו באמצעות a את השיעורים של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x ועם ציר ה- y .
- ענו על הסעיפים הבאים:
 - מצאו עבור אילו ערכים של a הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x בתחום ההגדרה.
 - ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = a$ מקביל לישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 2$.
 - מצאו את הערך של a אם נתון כי הפונקציה עולה לכל x .



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax^2 - 20x + 28}{x^2 + 2a}$

- ידוע כי גרף הפונקציה חותך את האסימפטוטה האופקית שלו בנקודה $(0.5, 3)$.
- מצאו את ערך הפרמטר a וכתבו את הפונקציה ואת תחום הגדרתה.
 - מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 - כתבו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 - העזרו בגרף הפונקציה וקבעו עבור אלו ערכים של k הישר: $y = k$ יחתוך את גרף הפונקציה בנקודה אחת בלבד.

תשובות סופיות:

(1) א. $x \neq 3, x \neq \frac{1}{3}$ ב. $\min\left(-1, 1\frac{3}{8}\right), \max\left(1, -\frac{1}{2}\right)$

ג. תחומי עלייה: $-1 < x < 1$ וגם $x \neq \frac{1}{3}$, תחומי ירידה: $1 < x \neq 3$ או $x < -1$.

ד. $(0, 2)$ ה. $x = 3, x = \frac{1}{3}, y = 2$

(2) א. $f(x) = \frac{x+4}{x^2}, a = 1$ ב. עולה: $-8 < x < 0$ יורדת: $x < -8, x > 0$

ג. $(-4, 0)$ ד. $x = 0, y = 0$

(3) א. $x \neq 1$ ב. $x = 1, y = 1$ ג. $(a, 0), (0, a)$ ד. $a > 1$ ii. $a = 2$

(4) א. $a = 3, f(x) = \frac{3x^2 - 20x + 28}{x^2 + 6}$, כל x

ב. $\min\left(3, -\frac{1}{3}\right), \max(-2, 8)$ ג. עולה: $x < -2, x > 3$ יורדת: $-2 < x < 3$

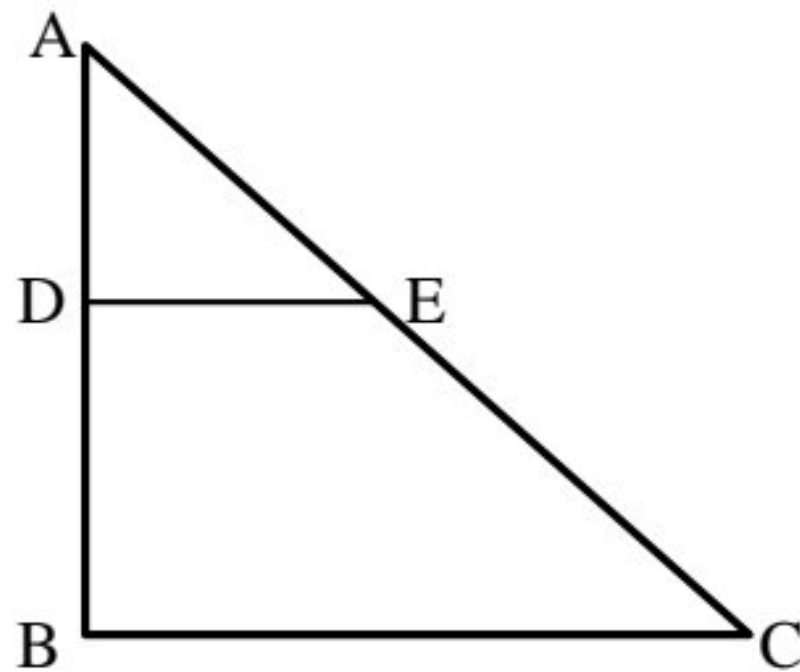
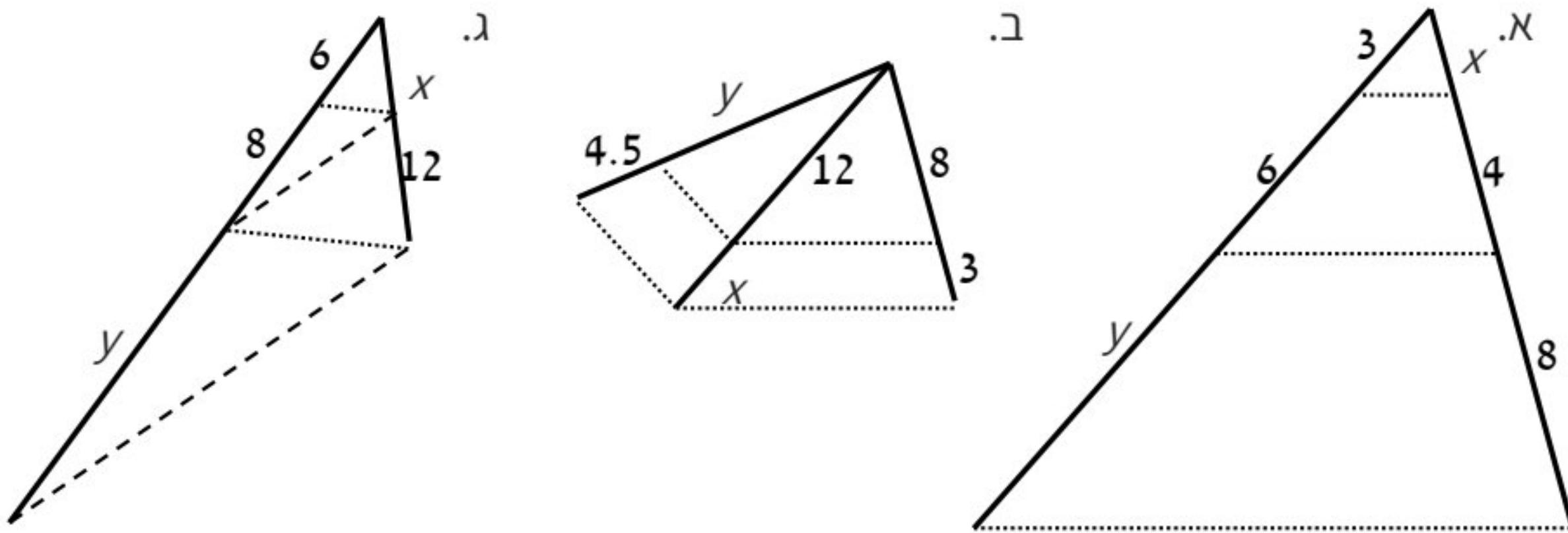
ד. $(2, 0), \left(0, 4\frac{2}{3}\right), \left(4\frac{2}{3}, 0\right)$ ו. $k = 8, -\frac{1}{3}, 3$

גיאומטריה - פרופורציה ודמיון:

משפט תאלס:

- (1) חשבו את אורכי הקטעים x ו- y בסרטוטים שלפניכם (הקטעים המקווקים מתארים ישרים המקבילים זה לזה). כל המידות נתונות בס"מ:

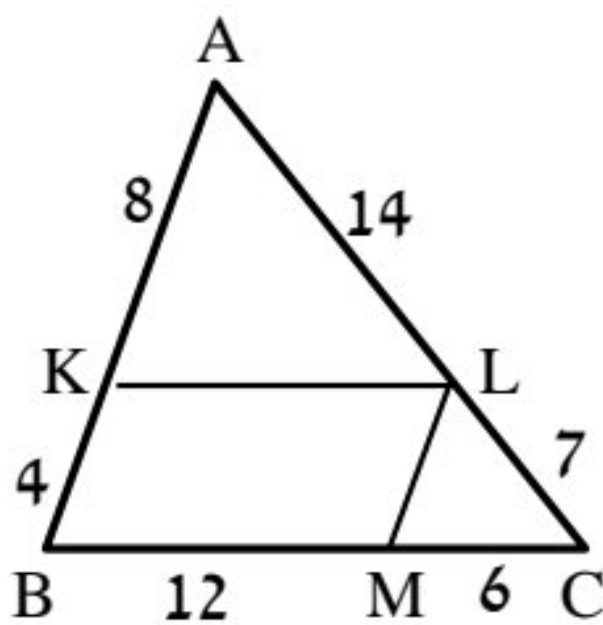
סרטון



סרטון



- (2) במשולש שלפניכם נתון $DE \parallel BC$.
כמו כן: $\angle ADE = 90^\circ$
וכן: $AE = BD = 10$ ס"מ, $DE = 8$ ס"מ.
מצאו את אורכי הקטעים AD , CE ו- BC .



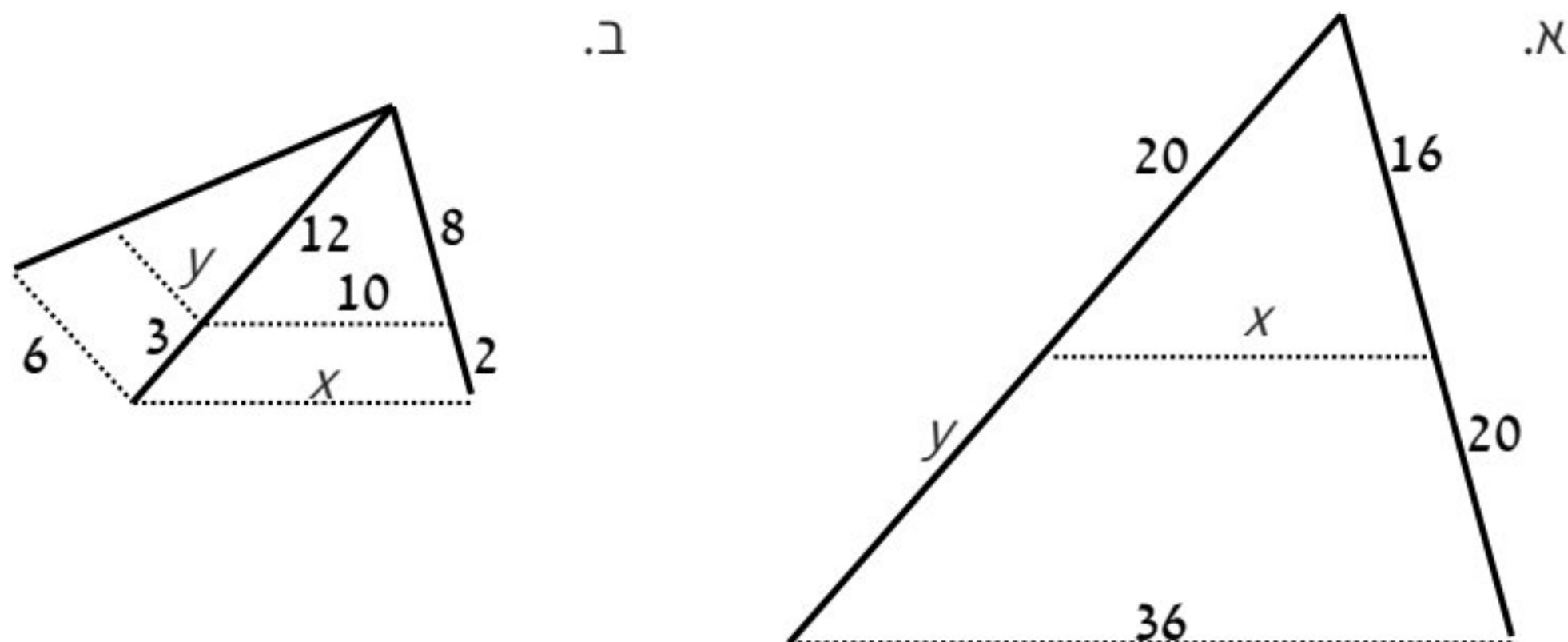
סרטון

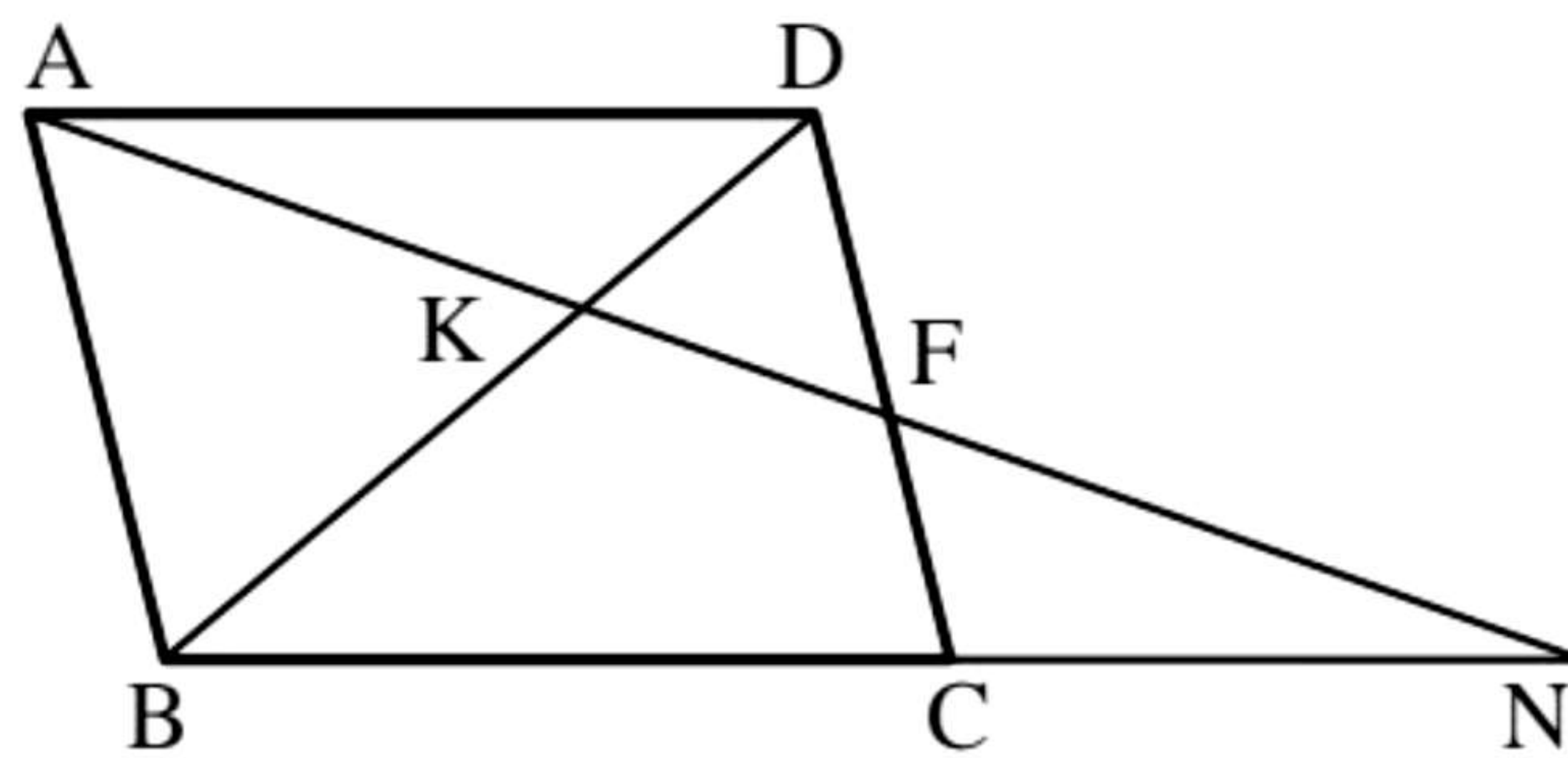
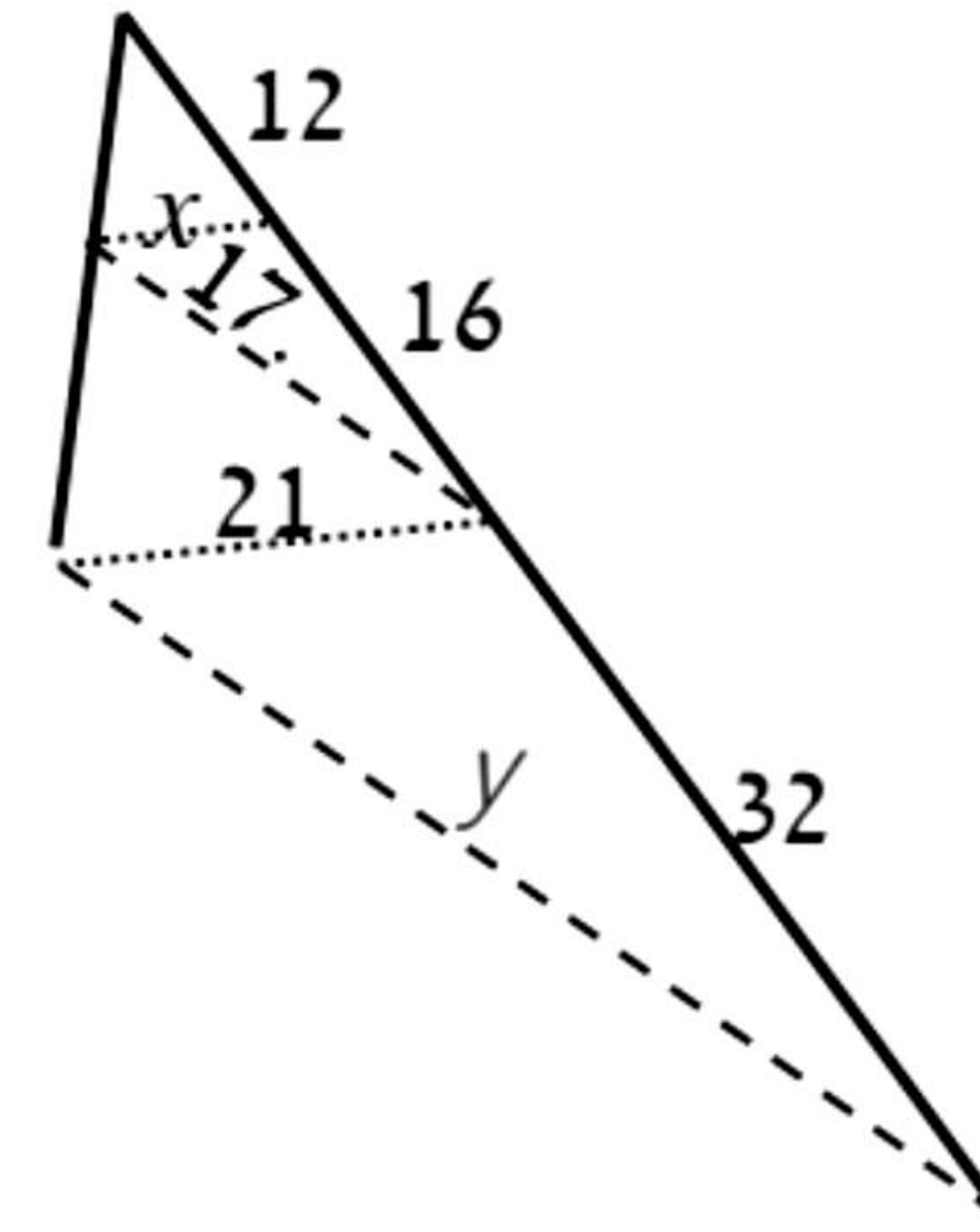
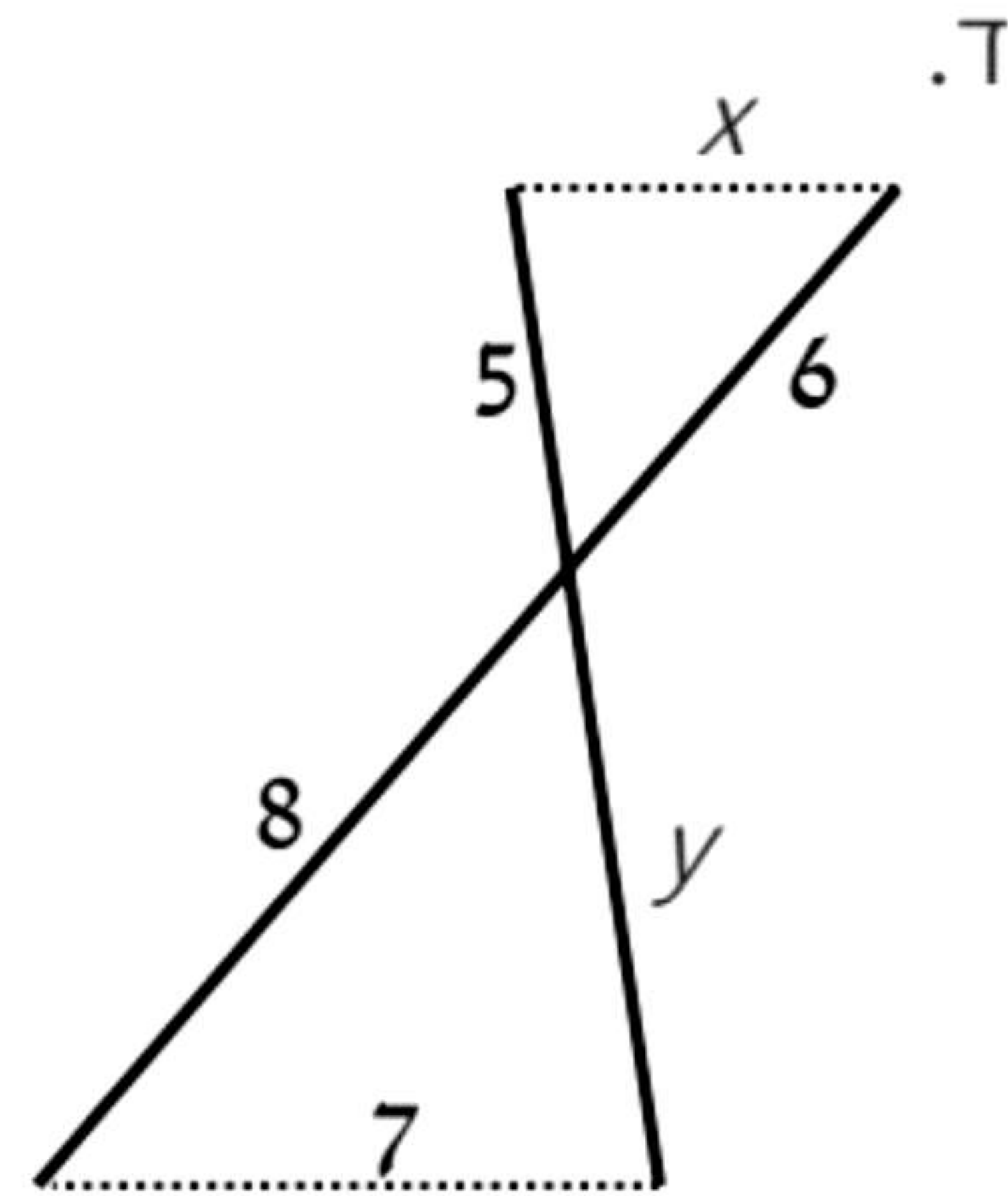


- (3) מרובע $KLMB$ חסום במשולש ABC .
הנתונים המספריים רשומים בסרטוט.
כל המידות הן בס"מ.
הוכיחו כי המרובע הוא מקבילית.

- (4) חשבו את x ואת y בסרטוטים שלפניכם (הקטעים המקווקים מתארים ישרים המקבילים זה לזה). כל המידות נתונות בס"מ:

סרטון

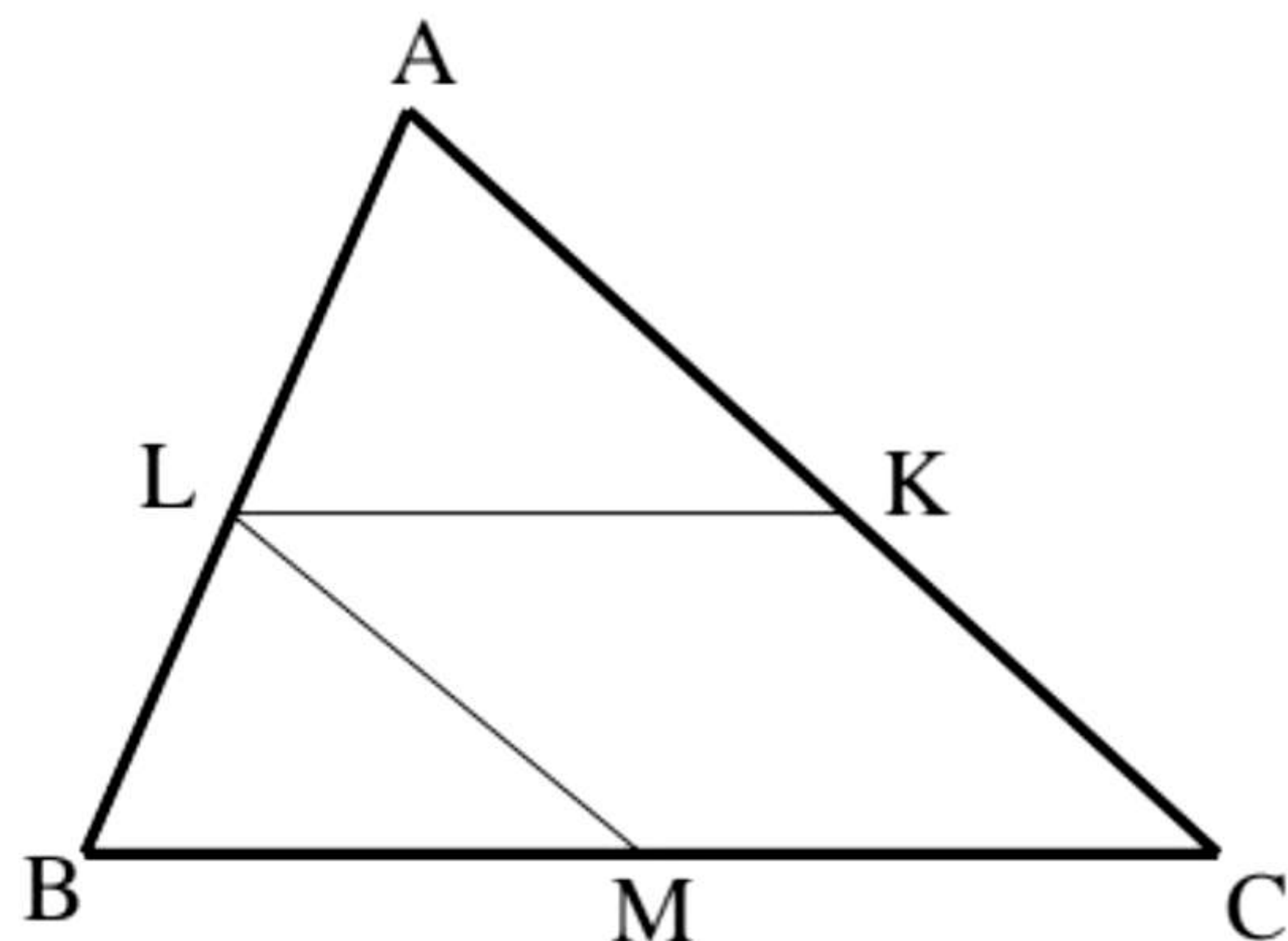




5) במקבילית ABCD מעבירים ישר דרך הנקודה A החותך את הצלע CD בנקודה F ונפגש עם המשך BC בנקודה N. הוכיחו את הטענות הבאות:

א. $\frac{NK}{AK} = \frac{AK}{KF}$

ב. $\frac{BC}{CN} = \frac{DF}{CF}$



6) בסרטוט נתון: $\frac{AK}{CK} = \frac{CM}{BM} = \frac{AL}{BL}$

א. הוכיחו: המרובע KLMC הוא מקבילית.
ב. נתון: $AL = 1.5BL$, $BC = 10$ ס"מ. חשבו את אורך הקטע KL.

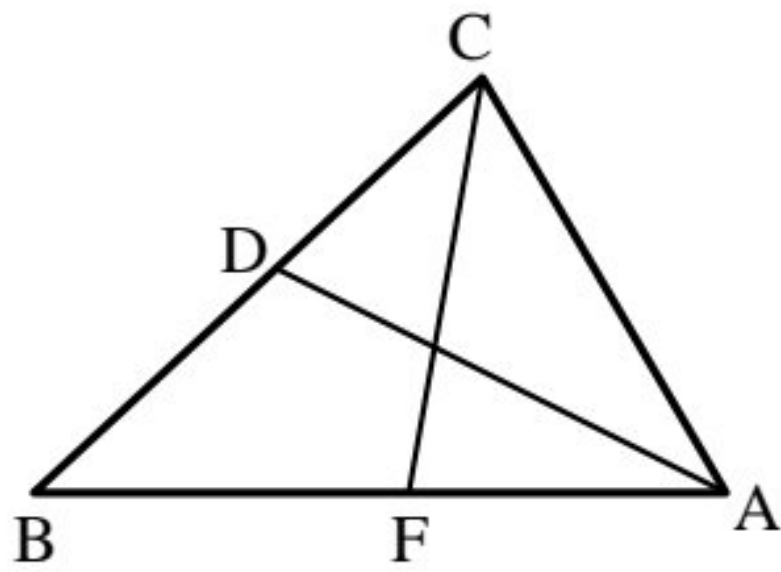
סרטון



סרטון

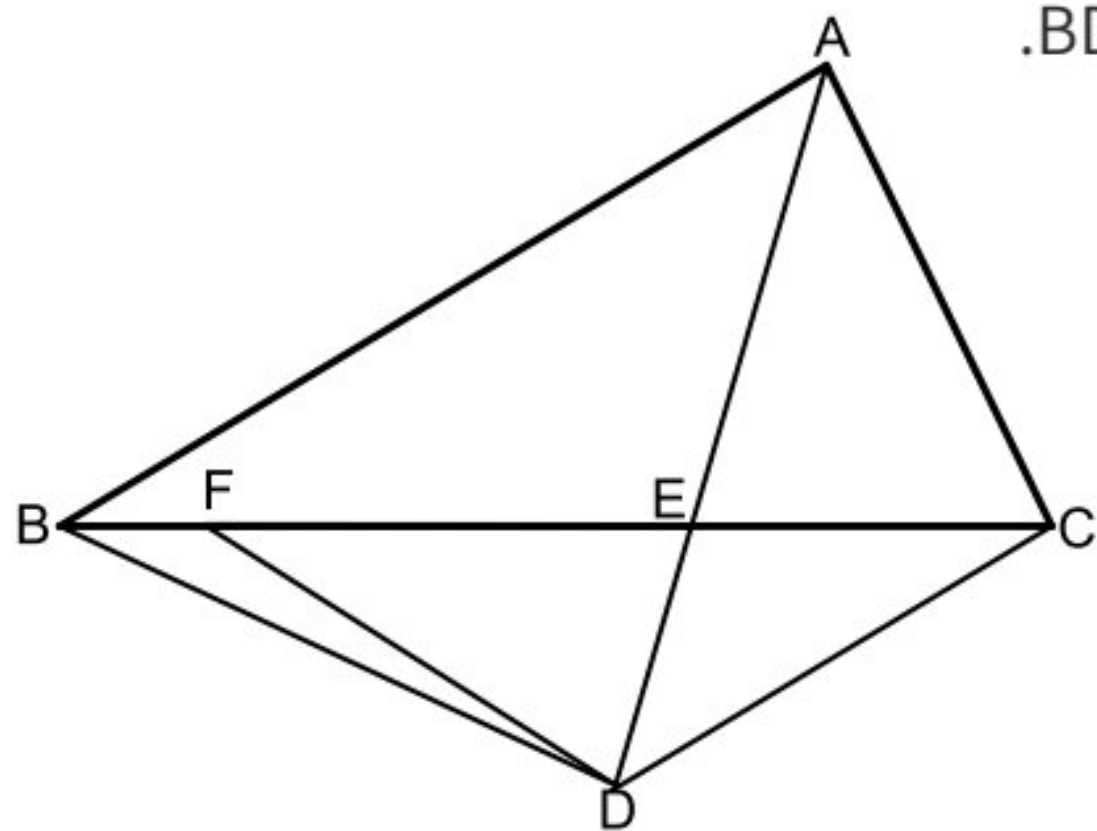


משפט חוצה הזווית:



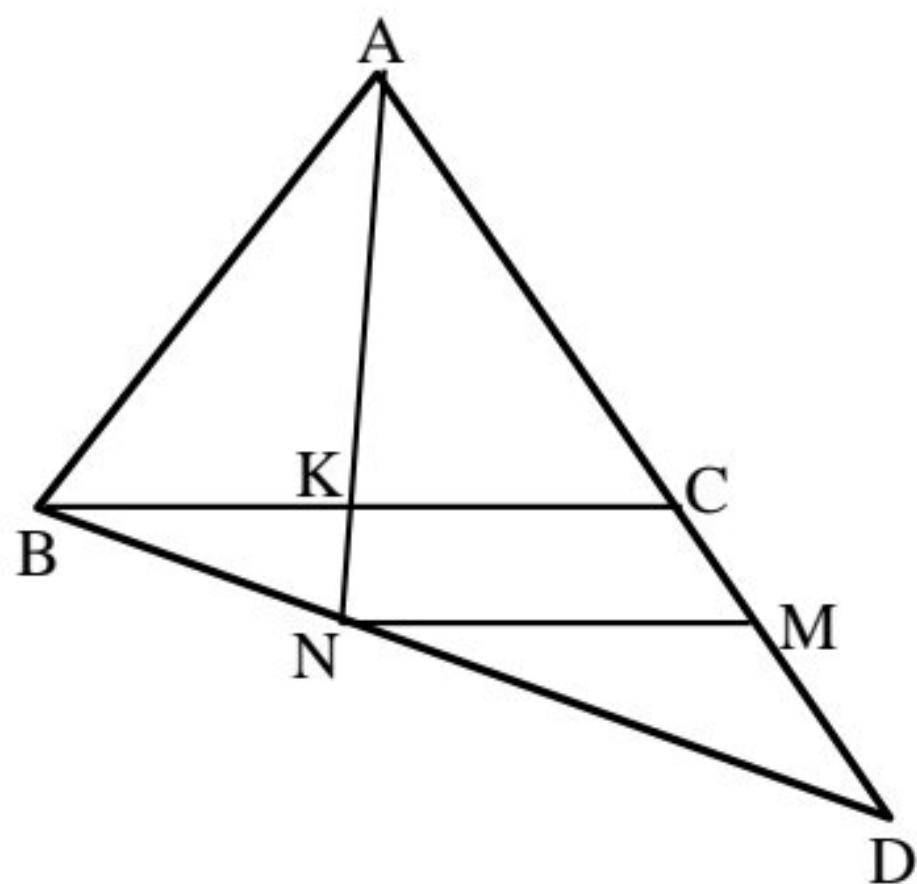
- (1) הקטעים AD ו-CF הם חוצי הזוויות A ו-C בהתאמה במשולש ABC.
נתון: $AB = 18$ ס"מ, $AC = 12$ ס"מ, $CD = 6$ ס"מ.
חשבו את אורך הקטע AF.

סרטון



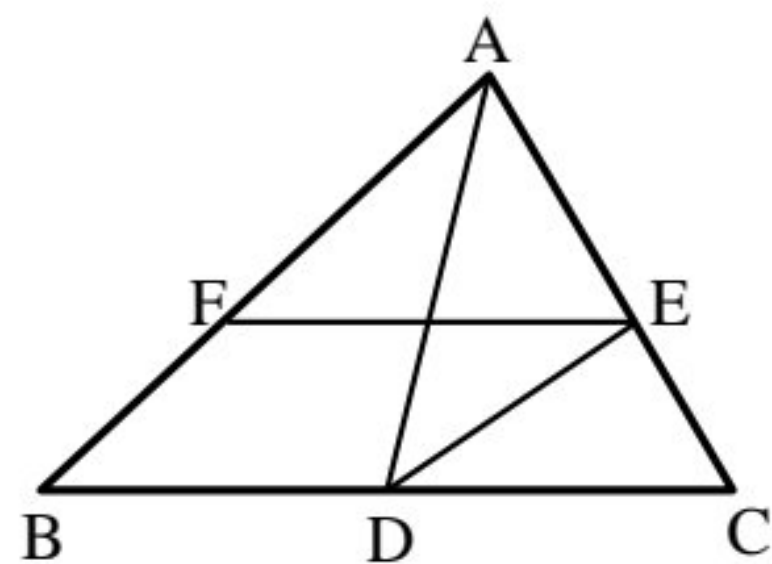
- (2) נתון משולש ABC. הקטע AE חוצה את זווית A של המשולש. ממשיכים את AE עד לנקודה D כך שנוצר המשולש BDC. F היא נקודה על הצלע BC המקיימת: $DF = FE = DC$. הצלע AB מקבילה לצלע DC.
א. הוכיחו כי: $AC = EF$.
ב. הוכיחו: $\frac{AB}{BE} = \frac{FE}{CE}$.
ג. מסמנים נקודה G על AB ומחברים אותה עם הנקודה D כך ש- $DG \parallel AC$.
ד. הוכיחו כי המרובע ACDG הוא מעוין.

סרטון



- (3) נתון משולש ABC. ממשיכים את הצלע AC מהכיוון של C עד לנקודה D. מחברים את הנקודה D עם הקודקוד B. מעבירים את הקטע AK אשר חוצה את זווית A במשולש ABC. המשך AK חותך את BD בנקודה N. מעבירים את הקטע MN. נתון: $BC \parallel MN$.

סרטון

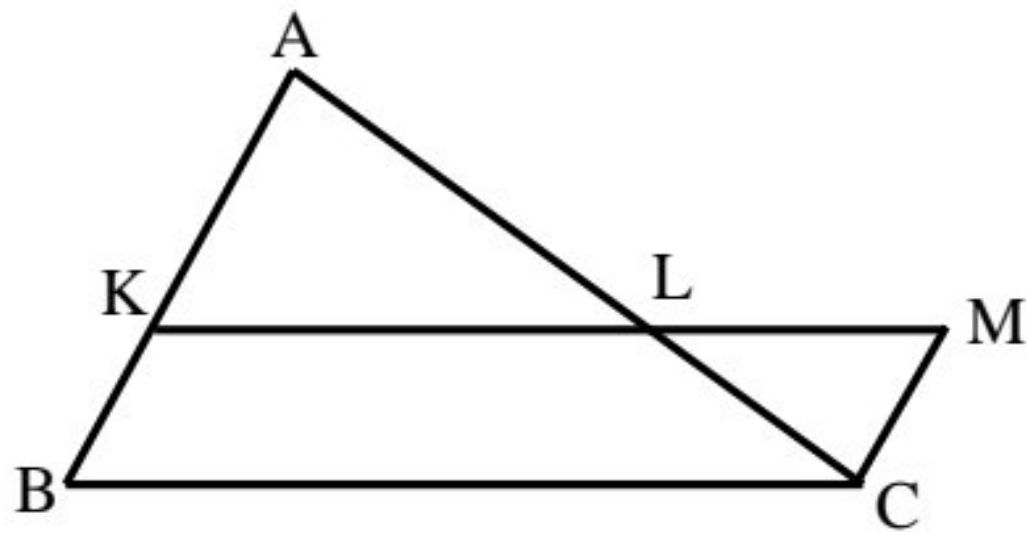


- (4) נתון משולש ABC. מעבירים את התיכון AD לצלע BC. נתון כי DE הוא חוצה זווית ADC, וכי DF הוא חוצה זווית ADB. הוכיחו: $EF \parallel BC$.

סרטון

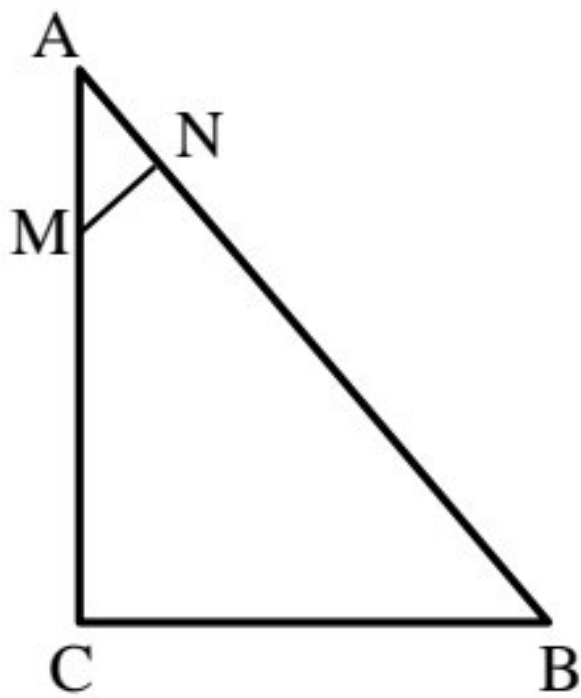


דמיון משולשים:



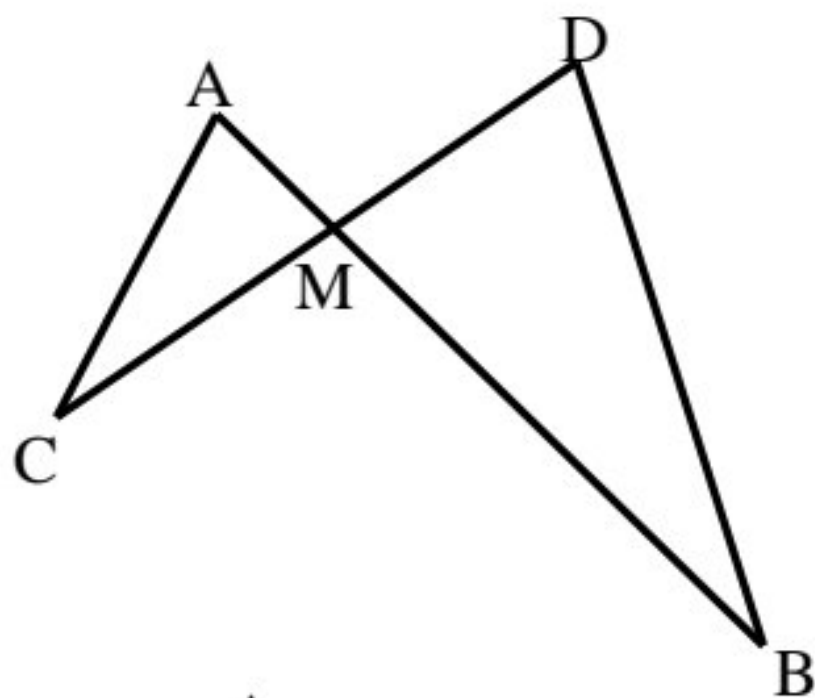
- (1) נתונה מקבילית BKMC.
המשיכו את הצלע BK עד לנקודה A.
הקטע AC חותך את הצלע KM בנקודה L.
הוכיחו: $LC \cdot BC = LM \cdot AC$.

סרטון



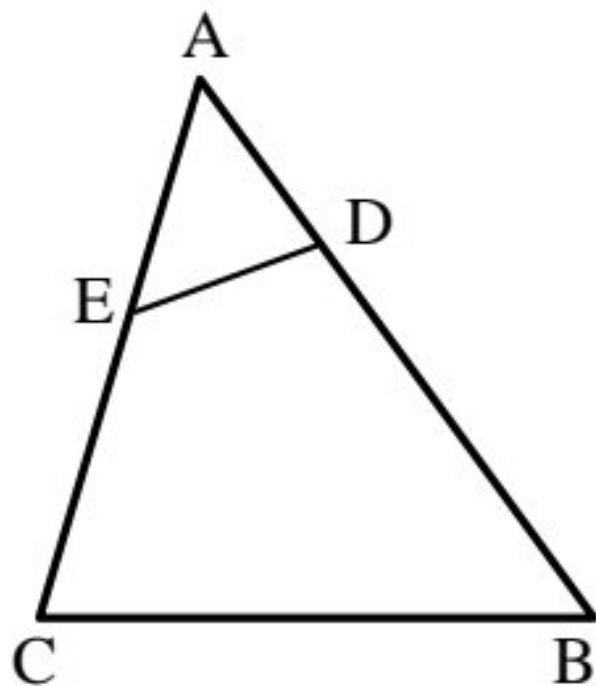
- (2) המשולש ABC הוא ישר זווית ($\angle C = 90^\circ$).
מנקודה M שעל הניצב AC העלו אנך NM ליתר AB.
נתון כי: $AB = 20$ ס"מ, $AN = 4$ ס"מ, $BC = 12$ ס"מ.
מצאו את אורך הקטע AM.

סרטון



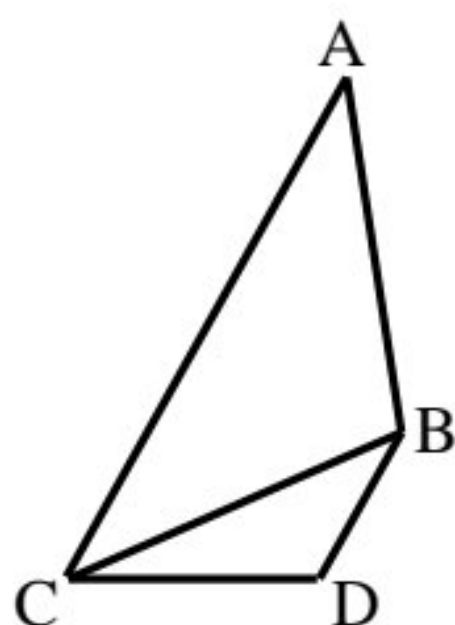
- (3) הישרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.
אורכי הקטעים הם: $AM = 3$ ס"מ, $BM = 10$ ס"מ, $CM = 6$ ס"מ, $DM = 5$ ס"מ.
א. הוכיחו כי: $\triangle AMC \sim \triangle DMB$.
ב. האם $AC \parallel BD$? נמקו.
ג. מצאו את אורכו של AC.
אם נתון כי BD שווה ל-14 ס"מ.

סרטון



- (4) לפניכם משולש ABC.
מעבירים את הקטע DE אשר יוצר את הגדלים הבאים:
 $AD = 4$ ס"מ, $BD = 11$ ס"מ, $AE = 5$ ס"מ, $CE = 7$ ס"מ.
א. הוכיחו כי: $\triangle ADE \sim \triangle ACB$.
ב. הוכיחו כי את המרובע BCED אפשר לחסום במעגל.

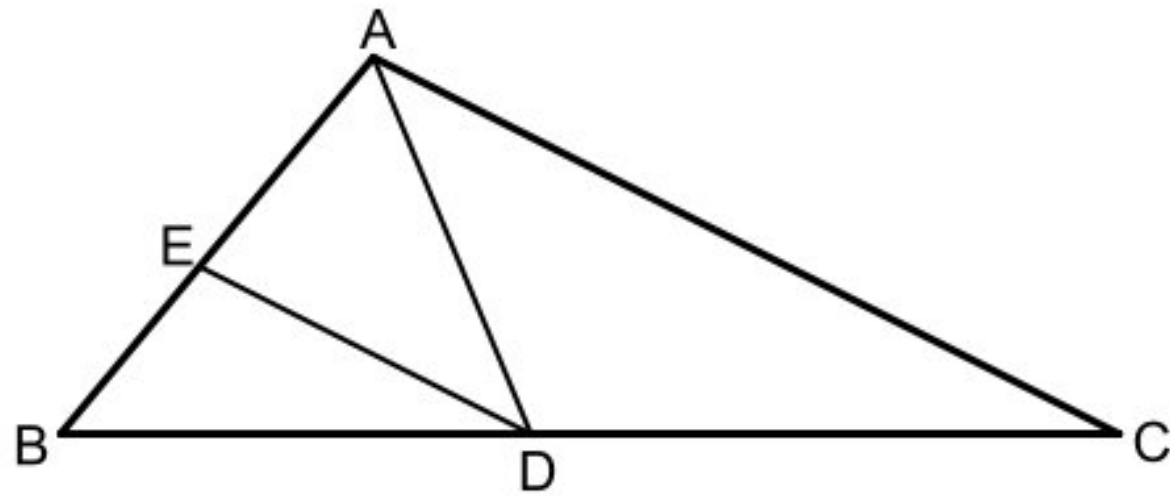
סרטון



- (5) נתונים המשולשים ABC ו-BDC.
ידוע כי: $AC = 16$ ס"מ, $AB = 10$ ס"מ, $BC = 8$ ס"מ, $DC = 5$ ס"מ, $BD = 4$ ס"מ.
א. הוכיחו כי שני המשולשים דומים ורשמו אותם לפי סדר התאמת קודקודיהם.
ב. הוכיחו כי: $AC \parallel BD$.

סרטון





(6) במשולש ABC הנקודות D ו-E נמצאות

על הצלעות BC ו-AB בהתאמה.

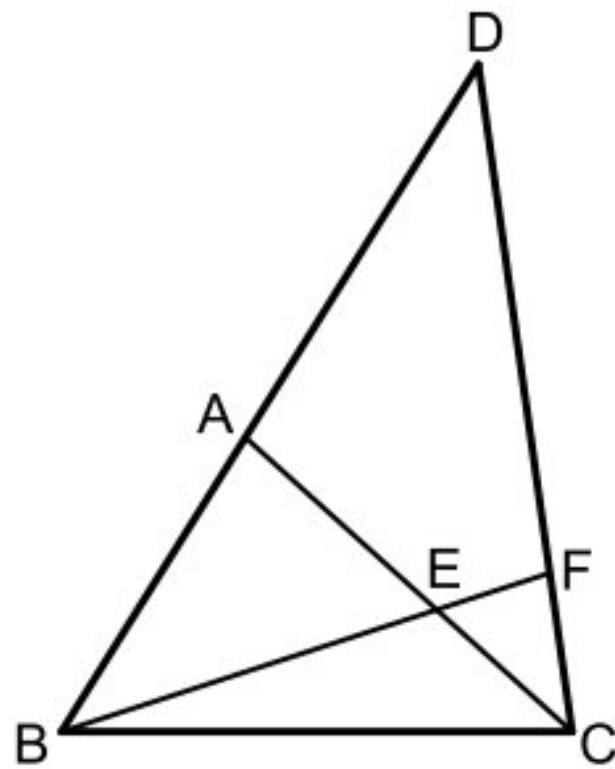
נתון כי: $DE \parallel AC$, $\angle ADC = \angle BED$.

א. הוכיחו: $AD \cdot BD = AB \cdot DE$.

ב. ידוע כי הנקודה D מחלקת

$$\frac{BD}{DC} = \frac{4}{5} \text{ את הצלע BC באופן הבא:}$$

וכי: $AD \cdot BD = 16$. חשבו את המכפלה: $AB \cdot AC$.



(7) מהנקודה D של המשולש BCD מעבירים את הקטע AC

כך שהמשולש ACD הוא שווה שוקיים ($AC = AD$).

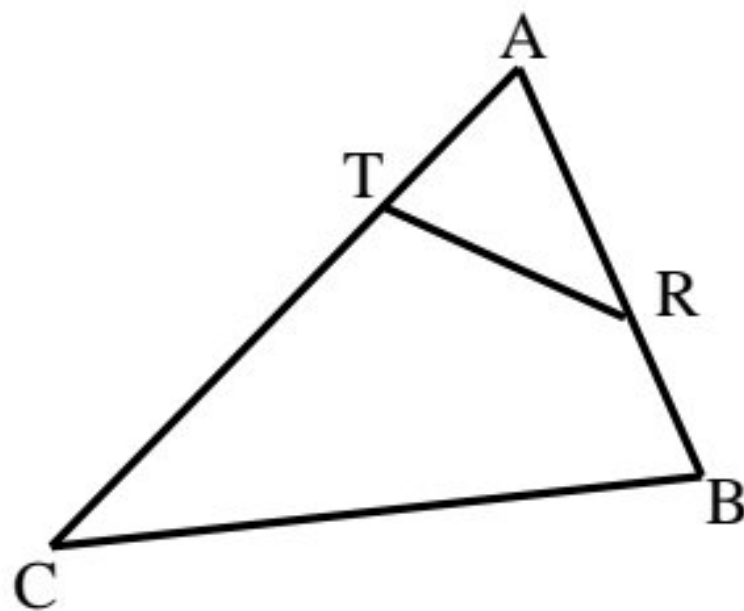
הנקודה F נמצאת על הצלע CD כך שמתקיים:

$$\angle D = \angle CBF, 3 \cdot \angle ACD = \angle BEC$$

א. הוכיחו כי הקטע BF חוצה את זווית B.

ב. הוכיחו כי: $\triangle AEB \sim \triangle FEC$.

$$\text{ג. הוכיחו כי: } \frac{BE}{BC} = \frac{AE}{FC}$$



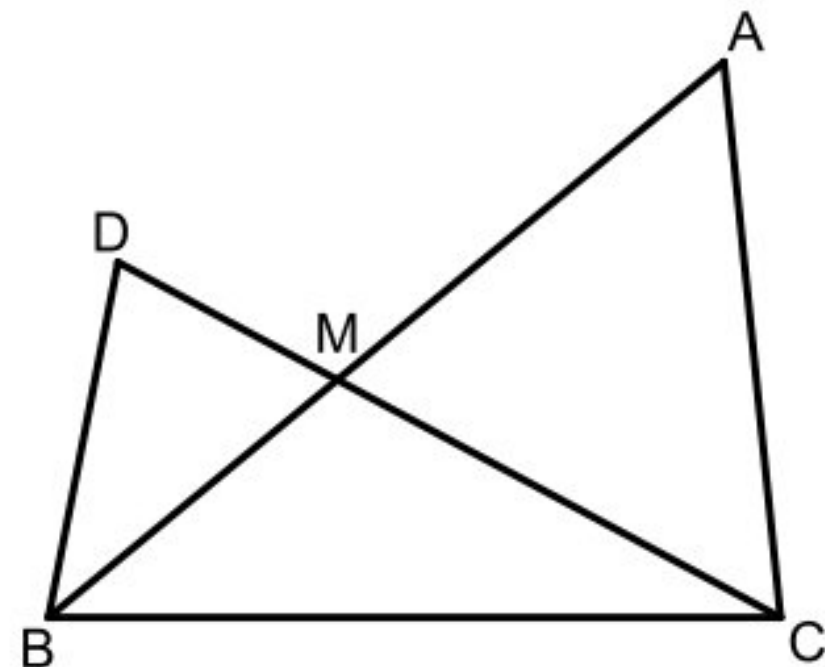
(8) בסרטוט שלפניכם נתון משולש ABC ובו קטע RT

כך שמתקיימים האורכים הבאים:

$$AR = 6 \text{ ס"מ}, AT = 4 \text{ ס"מ}, BR = 4 \text{ ס"מ}$$

$$CT = 11 \text{ ס"מ}, S_{ABC} = 60 \text{ סמ"ר}$$

מצאו את שטח המרובע RTCB.



(9) נתון משולש ABC. על הצלע BC של המשולש ABC

בונים משולש נוסף BDC.

הצלעות DC ו-AB נחתכות בנקודה M.

הצלע AB חוצה את זווית B וידוע

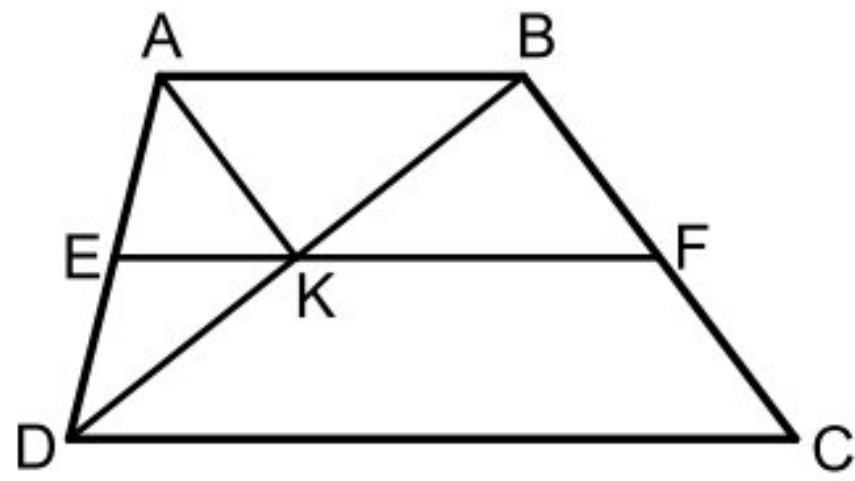
$$\text{כי: } 2 \cdot \angle ACD = \angle B$$

א. הוכיחו: $\triangle ACM \sim \triangle DBM$.

$$\text{ב. הוכיחו: } \frac{AC}{BC} = \frac{AM}{CM}$$

ג. נתון כי: $\frac{AM}{CM} = \frac{8}{5}$ וכי אורך הצלע BD הוא 6 ס"מ. סכום הצלעות AC ו-BC הוא 19.5 ס"מ.

$$\text{חשבו את היחס: } \frac{S_{BDM}}{S_{BMC}}$$



- (10) המרובע ABCD הוא טרפז, $(AB \parallel CD)$.
מעבירים את קטע האמצעים EF החותך את אלכסון הטרפז BD בנקודה K.
ידוע כי הקטע AK מקביל לשוק BC של הטרפז.
א. הוכיחו כי המרובע ABFK הוא מקבילית.
ב. נסמן: $S_{BKF} = S$.
הביעו באמצעות S את שטח הטרפז ABCD.

תשובות סופיות:

משפט תאלס:

- (1) א. $x = 2, y = 12$ ב. $x = 4.5, y = 12$ ג. $x = 9, y = 18\frac{2}{3}$
(2) $AD = 6$ ס"מ, $BC = 21\frac{1}{3}$ ס"מ, $CE = 16\frac{2}{3}$ ס"מ. (3) שאלת הוכחה.
(4) א. $x = 16, y = 25$ ב. $x = 12.5, y = 4.8$ ג. $x = 9, y = 37.5$ ד. $x = 5.25, y = 6\frac{2}{3}$
(5) שאלת הוכחה.
(6) א. שאלת הוכחה. ב. 6 ס"מ.
(7) שאלת הוכחה.

משפט חוצה זווית:

- (1) 8 ס"מ.

דמיון משולשים:

- (1) שאלת הוכחה. (2) 5 ס"מ.
(3) א. שאלת הוכחה. ב. לא. ג. 8.4 ס"מ.
(4) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה.
(5) א. $\triangle ABC \sim \triangle CDB$. ב. שאלת הוכחה.
(6) א. שאלת הוכחה. ב. $AB \cdot AC = 36$.
(7) שאלת הוכחה.
(8) 50.4 סמ"ר.
(9) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. $\frac{S_{BDM}}{S_{BMC}} = 0.8$.
(10) א. שאלת הוכחה. ב. $6S$.